

Re-reading Pavel Tichý's "The Foundations of Frege's Logic" (III)

黒川英徳 (Hidenori Kurokawa)

金沢大学 国際基幹教育院

本発表ではこれまでの発表に続いて、Pavel Tichý の *The Foundations of Frege's Logic* の内容について議論する。前回までの発表では、I) 数学について「構成」(constructions) の概念を基本として理解する立場 (View A) と、数学的対象 (例えば、順序対の集合としての関数) と数学的言語との組み合わせによって理解する立場 (View B) の Tichý による区別について議論し、II) Frege の基本的な概念的枠組みにおいては、Frege 自身の「概念と対象」「値域」によって数学の世界の存在論を与えようとする立場は自己完結的なものとなっておらず、Frege の議論を整合的に理解するには「構成」の概念に訴えざるを得ないという Tichý の議論を辿った。

今回の発表ではまず、Tichý の constructions 概念を本格的に構成の理論として理論化するための準備にあたる第 4 章の内容について議論する。はじめに議論される基本的な論点は循環性に関するものである。Frege の理論が「構成」という概念を必要とするものであるならば、その理論はとりわけ非循環性という条件を満たすことを要求されることになる。Tichý は主張する。また Russell についても同様のことを述べる。Russell については、例えば Russell の論理に関する議論で基本的な役割を果たす「命題」の概念は、「複合物」(compounds) であり、それ故非循環的に定義されることを要求しているとされる。これらのことから、Russell によって定式化された「悪循環原理」(vicious circle principle) が Russell のタイプ理論において (Quine 等は Russell がタイプ理論を理論化する際に悪循環原理は不要であると批判しているものの) 基本原理として採用されたことは自然なことであったと Tichý は述べる。

次の節で Tichý はそもそも Frege 及び Russell の立場では、「変項」(variable) の概念を捉えることに成功していないと指摘する。Tichý によれば、Frege、Russell の両者において、I) 変項の概念は純粋に構文論的な概念とは見做されていない、II) ところが変項の「対象的概念」(an objectual notion of variable) が確立されているわけでもない。その結果とりわけ Russell においては、構文論的な変項概念と「対象的な変項概念」の間での極端な動揺が見られるだけでなく、仮にこの動揺に目をつぶって構文論的な変項概念への言及を無視したとしても、変項概念の理解に多くの問題が残されることになる。(Frege については既に前章で議論されているが、要するに束縛されている変項が何を意味しているかについての説明が単に放棄されているに過ぎないとされる。) この問題について、Tichý は変項の概念が確立されるのは Tarski による変項の扱いを俟つほかはないとし、最終的に Tarski のアプローチを「対象的な変項概念」の立場から捉え直したものを自らの変項の理論として正式に採用する。

これらの準備の後、Tichý は第 5 章において漸く、自身の理論的枠組みを提示する。Tichý はまず「構成」(construction) なる存在者について、それを形成する 5 つの mode

(様態)を挙げ、それに基づいて「構成」の帰納的な定義を与える。次にその「構成」概念に基づき、タイプ階層の定義を行う。このタイプ階層は悪循環原理を満たしていなければならないものとされるため、ラッセル流の分岐タイプ階層の一般化となっている。さらにこの分岐タイプ階層の枠組みにおいて、Tichý はメタ数学によらない「伴立」(entailment)、「代入」(substitution)の概念の定義を試み、ここで定義される代入の概念が well-defined であることを示す定理(定理 17.3)を証明する。

第 6 章では、Frege の概念記法の構文論を厳密に導入し、その言語を前章において導入された「構成」概念によって解釈することを試みる。その際、View A に基づく解釈 A と View B に基づく解釈 B を提示し、比較している。解釈 B は現代的論理学における構文論・意味論の区別に合った解釈であるが、Tichý はいくつかの問題を指摘する。それらの問題は、以前に Frege について直観的に述べられた論点を厳密に構成された構成概念を使用した文脈において再提起したものと見なすことができる。また Tichý は次節において、Frege の場合と同様の(しかしさらに踏み込んだ)議論が Kleene による(部分)関数の扱いに適用でき、そこでも「構成」の概念を要求していることを論証している。

本発表では、Tichý の議論について時間の許す限り、できるだけ詳細にその内容を辿り、それらの議論を理解することを目指す。時間が許せば、第 5 章において提示され、補遺 I において証明が与えられている定理 17.3 に関する最近の議論の展開についてコメントする。(なお、本発表は日本語で行われる。)