

多側面主義による構成的矛盾の再考

仁木 哲 (Satoru Niki)

神奈川大学情報学部

構成的数学は、L.E.J. Brouwer により提唱された直観主義数学に源流を持つ非古典数学の一種である。構成的数学等における推論を形式化した論理システム群のことを構成的論理とよぶが、中でも代表的なのが A. Heyting によって導入された直観主義論理である。2 値の真理値表によって定義される古典論理と比較すると、直観主義論理の特徴は否定のあつかいにあると捉えることができる。一般に構成的論理は、妥当な命題に対してその妥当性の証拠が提示可能であることを要求する。例えば、「A であるか、または B でない」という命題が妥当であるためには、その証拠として「A」か「B」のどちらからも妥当である必要がある。そのため古典的否定とは異なり、構成的否定は「A であるか、または A でない」という排中律の妥当性を認めない。

この一方で、直観主義論理が認める否定の原理としては、「もし『A であり、かつ A でない』のであれば、B である」ことを主張する爆発律(Ex falso quodlibet)が挙げられる。爆発律による直観主義的矛盾(「A であり、かつ A でない」)の特徴付けは、数学的観点からはある種自然なものとも言えるが、一般的な推論の原理として直感的とは言い難い。実際に、爆発律を明示的に排除する構成的論理も提唱されており、その内特に重要なものと考えられるのが I. Johansson による最小論理である。この論理では、矛盾に対して特別な特徴づけを与えない。それゆえ爆発律は確かに排除されるが、他方で矛盾が推論においてある種の「タブー」であるという事実を捉えているかには疑問も残る。

こうした背景から、本発表ではこの二つの矛盾解釈の代替として、K. Segerberg らにより導入された、両者の中間的性質をもつ構成的矛盾解釈について考察する。この解釈は形式的には望ましい性質をもつことが知られている一方で、直感的な意味論が与えられているとは言い難い。そこで I. Rumfitt らの双側面主義(bilateralism)の拡張である多側面主義(multilateralism)を参考に、Segerberg らの矛盾を捉えることを議論する。

参考文献

1. Heyting, A. (1930). Die formalen Regeln der intuitionistischen Logik. Sitzungsberichte der Preussischen Akademie von Wissenschaften, physikalisch-mathematische Klasse, 42-56.
2. Johansson, I. (1937). Der Minimalkalkül, ein reduzierter intuitionistischer Formalismus. Compositio Mathematica, 4, 119-136.
3. Rumfitt, I. (2000). "Yes" and "No". Mind, 109(436), 781-823.
4. Segerberg, K. (1968). Propositional logics related to Heyting's and Johansson's. Theoria, 34(1), 26-61.
5. Wansing, H., & Ayhan, S. (2023). Logical multilateralism. Journal of Philosophical Logic, 52(6), 1603-1636.