

Awareness Logic with Common Knowledge

宇田津 孝介 (Kosuke Udatsu)
北海道大学

現実における人や機械がトートロジーの妥当性を判断できるとは限らないのに対し、通常の認識論理におけるエージェントは全てのトートロジーの妥当性を知っている。例えば、現実的な時間では数え上げることが困難なほど膨大な偶数個の \neg が $p \rightarrow p$ の前に付けられたとしよう。このとき、人は \neg の数が偶数か否かをすぐには判定できないため、 $\neg \dots \neg (p \rightarrow p)$ が妥当であるともすぐには判断することができない。一方、通常の認識論理では、必然化規則により、どのエージェントも $\neg \dots \neg (p \rightarrow p)$ が妥当であるか否かを知っている、とされる。このように、エージェントの知識状態が理想化されており、現実の人や機械の知識と合致しない問題を論理的全知の問題 (the problem of logical omniscience) という [3, 5]。

Awareness (気付き) とは、この問題を解消するために Fagin and Halpern [3] によって導入されたエージェントの知識を制限するための概念である。Awareness logic では、知識が暗黙的知識と明示的知識とに分けられる。暗黙的知識とは、エージェントが論理的全知者とみなされた場合に持つ理想化された知識である。明示的知識とは、暗黙的知識の中でも非全知者としてのエージェントが気付いている知識である。「エージェント i が命題 φ について気付いている」「暗黙的に知っている」「明示的に知っている」をそれぞれ $A_i\varphi$ 、 $\Box_i\varphi$ 、 $K_i\varphi$ と表そう。このとき、明示的知識 $K_i\varphi$ は暗黙的知識の中でも気づいているもの、すなわち $\Box_i\varphi \wedge A_i\varphi$ として導入される。これによって、エージェントは妥当な命題 φ の真偽を暗黙的に知っている ($\Box_i\varphi$) が、命題 φ に気付いていない ($A_i\varphi$) ために、明示的には知らない ($\neg K_i\varphi$) という知識状態を扱うことができる。Fagin and Halpern [3] の研究において、awareness に関する様々な条件が検討されている。本研究では、「 φ について気付いているならば、またその時のみに限り、 φ を構成する全ての原子命題について気付いている」を満たす awareness 概念について焦点を当てる。

共有知識とは、ある集団に属するエージェント全ての個々の知識だけでなく、その個々の知識も集団の中で相互に知られており、その知識の知識もまた集団内で相互に知られており、... と無限階層的に知識が積み重ねられて成り立つ集団知識である。集団 $\{a, b\}$ が事実 φ の共有知識を持つ ($\boxtimes_{\{a,b\}}\varphi$) ことは、 $\varphi, \Box_a\varphi, \Box_b\varphi, \Box_b\Box_a\varphi, \Box_a\Box_b\varphi, \dots$ の全てが成り立つことと同値である。しかし、 $\varphi \wedge \Box_a\varphi \wedge \Box_b\varphi \wedge \Box_b\Box_a\varphi \wedge \dots$ は有限の長さではないという点で論理式とはならないので、各集団 B に対して \boxtimes_B をプリミティブな演算子として扱う。

Aumann [1] は、構文論を与えずに確率空間上で共有知識をモデル化し、共通の事前確率を持つ合理的なエージェントは、お互いの不同意に関する共有知識 (同意) を得ることができないという結果を示した。例えば、株 A の価値が下がるとして A

を売りたい人と株 A の価値が上がると思って A を買いたい人がいたとする。このとき、 A の価値に対するお互いの評価が共有知識となるならば、彼らが共通の事前確率を持つ合理的なエージェントである限り、その評価は Aumann [1] の結果から一致せざるを得なくなる。しかし、自身が損をしないように相手から評価の根拠となった情報を引き出そうにも、自分が気付いていないことを相手が気付いているのであれば、理想化された共有知識の達成は困難である。そのような場合では、たとえ表面的に合意形成がなされていたとしても、お互いの評価が一致するとは限らないだろう。この点において、Aumann は共有知識における論理的全知の問題を指摘したとみなせる。

論理的非全知者間で成立する共有知識の性質を明らかにするために、共有知識を暗黙的共有知識と明示的共有知識とに分けることが可能である。暗黙的共有知識とは理想化された共有知識であり、明示的共有知識とは awareness が異なり得るエージェント間で成立する共有知識である。表記については、暗黙的共有知識は通常の共有知識と同じく \boxtimes を用いるとし、「集団 B は事実 φ についての明示的共有知識を持つ」は $C_B\varphi$ と表そう。

明示的共有知識を扱うモデルの一つとして、**HMS モデル (unawareness structures)** [4] がある。HMS モデルとはエージェント間の非対称情報を捉えるために導入されたモデルである。Aumann [1] のモデルと同様に、HMS モデルもまた構文論を必要としないモデルであり、論理式と演算子の代わりに事象と呼ばれる状態の集合と集合演算を用いて、明示的共有知識をモデル化している [4]。通常、HMS モデルでは暗黙的知識はモデル化されないが、近年は暗黙的知識を扱うための HMS モデルも定義されており、クリプキモデルとの比較も行われている [2]。

一方で、私が知る限りでは、暗黙的・明示的共有知識の構文論に基づく論理学設定での研究はいまだになされていない。そこで本研究では、無限階層的に相互に明示的知識が積み重ねられた集団知識 (明示的共有知識) が $C_B\varphi := \boxtimes_B(\varphi \wedge \bigwedge_{i \in B} A_i\varphi)$ と定義できることを明らかにする。加えて、暗黙的・明示的共有知識を扱う awareness logic に対して、完全性・有限モデル性・決定可能性が成り立つ公理系を提示する。

参考文献

- [1] R. J. Aumann. Agreeing to disagree. *The Annals of Statistics*, 4(6), Nov. 1976.
- [2] G. Belardinelli and B. C. Schipper. Implicit knowledge in unawareness structures. *Synthese*, 204(5), Oct. 2024.
- [3] R. Fagin and J. Y. Halpern. Belief, awareness, and limited reasoning. *Artificial Intelligence*, 34(1):39–76, Dec. 1987.
- [4] A. Heifetz, M. Meier, and B. C. Schipper. Interactive unawareness. *Journal of Economic Theory*, 130(1):78–94, Sept. 2006.
- [5] J. Hintikka. Impossible possible worlds vindicated. *Journal of Philosophical Logic*, 4(4):475–484, Nov. 1975.

使用言語：日本語