# 一般相対論的量子論で無限のパラドックスを解く

清水　哲男（Tetsuo Shimizu）

「一般相対論的量子論」においては，「任意の $n$ 次元ユークリッド空間を量子化する」ことができ，基本定理として「$n$ 次元量子システムは，『長さ』状態: $P_{\vec{x}}$ と『速さ』状態: ${}^{\mu}D_{\vec{x}}$ との量子論的重ね合わせ状態: $P_{\vec{x}}(\theta)$ として表現でき，2 組の量子状態: $P_{\vec{x}}(\theta), P_{\vec{x}}(\phi)$ の間には，一般相対論的往復運動: $P_{\vec{x}}(\theta) \xleftrightarrow{G_{\vec{x}}(\theta+\phi)=P_{\vec{x}}(\theta)\otimes_S P_{\vec{x}}(\phi)} P_{\vec{x}}(\phi)$ が行われている」ことが証明できる．$n$ 次元量子システムの，演算子代数システムとしての基本構造は，「

$$P_{\vec{x}} = \begin{pmatrix} \partial_{\vec{x}} \\ d_{\vec{x}} \end{pmatrix} = \sum_{i=1}^{n} \gamma_{x_1} P_{x_1} = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^{n} \gamma_{x_i} \partial_{x_i} \\ \sum_{i=1}^{n} \gamma_{x_i} d_{x_i} \end{pmatrix}, {}^{\mu}D_{\vec{x}} = \begin{pmatrix} \mu d_{\vec{x}} \\ -\partial_{\vec{x}} / \mu \end{pmatrix} = \sum_{i=1}^{n} \gamma_{x_i} {}^{\mu}D_{x_i} = \begin{pmatrix} \mu \left( \sum_{i=1}^{n} \gamma_{x_i} d_{x_i} \right) \\ -\left( \sum_{i=1}^{n} \gamma_{x_1} \partial_{x_i} \right) / \mu \end{pmatrix},$$

$$P_{\vec{x}}(\theta) = P_{\vec{x}} \cos\theta + {}^{\mu}D_{\vec{x}} \sin\theta,$$

$$G_{\vec{x}}(\theta) = P_{\vec{x}} \otimes_S P_{\vec{x}}(\theta) == S_{\vec{x}} \cos\theta + {}^{\mu}H_{\vec{x}} \sin\theta,$$

$$S_{\vec{x}} = P_{\vec{x}} \otimes_S P_{\vec{x}} = \left( \sum_{i=1}^{n} \gamma_{x_i} P_{x_i} \right) \otimes_S \left( \sum_{i=1}^{n} \gamma_{x_i} P_{x_i} \right) = \sum_{i=1}^{n} P_{x_i} \otimes_S P_{x_i} = \sum_{i=1}^{n} S_{x_i},$$

$${}^{\mu}H_{\vec{x}} = P_{\vec{x}} \otimes_S {}^{\mu}D_{\vec{x}} = \left( \sum_{i=1}^{n} \gamma_{x_i} P_{x_i} \right) \otimes_S \left( \sum_{i=1}^{n} \gamma_{x_i} {}^{\mu}D_{x_i} \right) = \sum_{i=1}^{n} P_{x_i} \otimes_S {}^{\mu}D_{x_i} = \sum_{i=1}^{n} {}^{\mu}H_{\vec{x}},$$

$$\begin{cases} G_{\vec{x}}(\theta) \odot_A P_{\vec{x}} = \begin{pmatrix} \left[ \partial_{\vec{x}}, G_{\vec{x}}(\theta) \right] \\ \left[ G_{\vec{x}}(\theta), d_{\vec{x}} \right] \end{pmatrix} = P_{\vec{x}} \cos\theta + {}^{\mu}D_{\vec{x}} \sin\theta = P_{\vec{x}}(\theta), \\ G_{\vec{x}}(\theta) \odot_A P_{\vec{x}}(\theta) = \begin{pmatrix} \left[ \partial_{\vec{x}} \cos\theta + \mu d_{\vec{x}} \sin\theta, G_{\vec{x}}(\theta) \right] \\ \left[ G_{\vec{x}}(\theta), d_{\vec{x}} \cos\theta + (-\partial_{\vec{x}} / \mu) \sin\theta \right] \end{pmatrix} = P_{\vec{x}}, \end{cases}$$

$\Leftrightarrow$

$$\begin{cases} \pm P_{\vec{x}} \xleftrightarrow{S_{\vec{x}}=P_{\vec{x}}\otimes P_{\vec{x}}} \pm P_{\vec{x}}, \\ \pm P_{\vec{x}} \xleftrightarrow{-S_{\vec{x}}={}^{\mu}D_{\vec{x}}\otimes_S {}^{\mu}D_{\vec{x}}} \mp P_{\vec{x}}, \end{cases} \begin{cases} \pm {}^{\mu}D_{\vec{x}} \xleftrightarrow{S_{\vec{x}}=P_{\vec{x}}\otimes P_{\vec{x}}} \mp {}^{\mu}D_{\vec{x}}, \\ \pm {}^{\mu}D_{\vec{x}} \xleftrightarrow{-S_{\vec{x}}={}^{\mu}D_{\vec{x}}\otimes_S {}^{\mu}D_{\vec{x}}} \pm {}^{\mu}D_{\vec{x}}, \end{cases}$$

$$\pm P_{\vec{x}} \xleftrightarrow{{}^{\mu}H_{\vec{x}}=P_{\vec{x}}\otimes_S {}^{\mu}D_{\vec{x}}} \pm {}^{\mu}D_{\vec{x}},$$

$$S_{\vec{x}} = \sum_{i=1}^{n} S_{x_i} = \sum_{i=1}^{n} \left( \partial_{x_i} d_{x_i} + d_{x_i} \partial_{x_i} \right) / 2,$$

$${}^{\mu}H_{\vec{x}} = \sum_{i=1}^{n} {}^{\mu}H_{x_i} = \sum_{i=1}^{n} \left( -\partial_{x_i}{}^{2} / 2 \right) / \mu + \mu d_{x_i}{}^{2} / 2,$$

」である．1 波長以内の近傍:$\vec{x},\vec{x}'$に，2 個の量子システム:$P_{\vec{x}}(\theta),P_{\vec{x}'}(\theta)$が重なり合って存在したとすれば，それらは,「長さ」と「反・長さ」とが対生成/対消滅することによって生じる「長さ」が「～0」の領域，を共有することによってクーパー対を作り，その領域を一般相対論的慣性運動によって通過することができ，その結果として，ローレンツ収縮が観測される．各量子システムは,「長さ」状態には「確率:$\cos^2\theta$」,「速さ」状態には「確率:$\sin^2\theta$」，合わせて,「$\cos^2\theta+\sin^2\theta=1$:1 個の量子システム」として存在し,「波長:$\|d_{\vec{x}}\|\cos\theta$」の「長さ」が,「長さ」状態と「反・長さ」状態とが対生成/対消滅することによって生成される「長さ」が「～0」で「『速さ』のみ」が存在する「領域:$\|d_{\vec{x}}\|\sin\theta$」によって次々と接続されて，$n$次元ユークリッド空間が構成される．

各基本(1 次元)量子システムの「長さ」状態:$P_{x_i}$は,「微分演算子:$\partial_{x_i}$」と，それに双対する「積分演算子:$d_{x_i}$」との一対であり,「量子論の公理:$\left[\partial_{x_i},d_{x_i}\right]=1$」を充たしているから，$\|\partial_{x_i}\|\cdot\|d_{x_i}\|\geq\|\partial_{x_i}d_{x_i}-d_{x_i}\partial_{x_i}\|/2=1/2$, と「不確定性原理」が証明できる．各基本量子システムの「長さ」状態:$P_{x_i}$の積分演算子:$d_{x_i}$のノルム:$\|d_{x_i}\|$は，量子の波長に対応し,「0(無限小)」でも「∞(無限大)」でもなく，量子論の公理:$\left[\partial_{x_i}/\varsigma,\varsigma d_{x_i}\right]=\left[\partial_{x_i},d_{x_i}\right]=1$ ($\varsigma$:スケール変換因子)を充たすから，量子の波長を 1/2 にしょうとすれば，その運動量は２倍になる．よって「0(無限小)」の波長をもつ量子の運動量は「∞(無限大)」となり，自然には存在不可能である．すなわち「任意の$n$次元ユークリッド空間を構成する$n$次元量子システムは，必ず，ユークリッド計量:$d_{\vec{x}}{}^2=\sum_{i=1}^{n}d_{x_i}$の，平方根:$d_{\vec{x}}=\sum_{i=1}^{n}\gamma_{x_i}d_{x_i}$に相当する有限，かつ，不可分な『長さ』をもっている」ことが，ここに証明できた．

「一般相対論的量子論」で量子化したユークリッド空間は, 有限かつ不可分な「長さ」をもつ量子システムのみから構成でき，各量子システムは，自分たち自身が構成したユークリッド空間上を，自由に，かつ，自律的に，１つの部分としても，また，多くの部分が結合しあった１つの全体としても，一般相対論的慣性運動を行うことができる．よって，ユークリッド『原論』の冒頭において「点とは部分をもたないものである」と定義されるような「長さ＝0(無限小)」の量子も，むろん,「どこまでも交わることのない 2 本の直線(平行線)」に相当する「長さ＝∞(無限大)」の量子も，自然界においては存在することが全く不可能であり，存在する必然性も全くない．かくして，近・現代自然学を悩ませてきた「無限のパラドックス」およびそれに起因する「運動のパラドックス(ゼノンのパラドックス)」は自然消滅する．量子化されたユークリッド空間には，いかなる「特異点」も存在しえないから，いわゆる「発散の困難」もまた自然消滅する外はない．