

数学的態度と自由について

堀畑 佳宏 (Yoshihiro Horihata)

米子高専 教養教育部門・数学

1. はじめに

筆者は論文[2]において「数学的態度」を、「全ては仮説であるという認識の下で世界に対峙する姿勢」と定めた。この背景は、数学や科学の理論における推論は元を辿れば仮説（公理や仮定）に辿り着くという論理的な側面、また非ユークリッド幾何学の成立により数学における公理の設定の自由さ（公理の規約性、Poincare[1]）が認められるようになったことを受けてのことである。ここでは「仮説」という概念を広義に捉え、数学における公理のみならず人の世界観、興味、目標や夢なども含むものとして考える。仮説についての議論は堀畑[5]を参照（2024年7月に公開予定）。

大胆さを恐れず、各人（の側面）を仮説系（公理系）と捉えることで、数学的態度を教育の文脈において機能させることができる。すなわち数学的態度を身に着け、あらゆることを一旦は仮説として捉えることで、例えば価値観の異なる人を理解し受け入れる精神、学習を可能にする姿勢、平等の精神などを涵養し、また自分の中の無意識の思い込みを発見し相対化できる可能性にもつながる。この意味で、数学的態度と教養（リベラルアーツ）は深い関係にあると言える（堀畑[3],[4]）。

本発表ではこの数学的態度と自由についての考察を発表する。

2. 数学的態度と自由

まず数学の自由さについて、科学のそれと比較しながら考える。まず上で述べた数学の公理系の設定の自由さ、つまり数学の「土台の自由さ」が挙げられる。課される条件は無矛盾性である。他方科学においてはさらに、一部の理論物理学を除き、検証可能性や経験に反しないことなどの条件が課される。次に数学の「推論の自由さ」が挙げられる。認める推論を保証する論理は、科学においては古典論理であるが、数学においては非古典論理も受容され得る。そして数学と科学で決定的に異なる点は、「帰結の自由さ」である。数学において導かれた（証明された）定理はそれだけで意味はあるが（もちろん重要さの濃淡はある）、科学において導かれた命題はそれだけでは意味があるとは言えず、現実世界と関係をもつ（例えば「自然の構造を説明する」など）ことで意味を持つ。もちろん、科学における帰結が直接に現実世界と関係づかなくても、あらたな現実を発見する可能性を持つという意味では全く無意味なわけではない。

これらを、「仮説」を広義に捉え教育の文脈で言いかえると、まず数学における「土台の自由さ」は世界観や興味、夢の設定の自由さを表す。また他者の価値観を一旦受け入れる姿勢へと繋がる。次に「推論の自由さ」は現代でも、人の直観や占い、神話が無意味でないように、論理だけでは現実の複雑さに追いつかない。従って時と場所によって手段（推論）を選ぶ必要がある。そして「帰結の自由さ」は、科学における

説明の目標となる世界が現実世界であるのに対し、数学では各帰結ごとに「世界」がそれぞれ作られる。つまり数学における対象もまた仮説（が作る世界）であるという認識である。従って数学的態度は自ずと「多様性」を重視する価値観を育むと言える。

これまでは数学的態度における自由の「相対化」の側面を述べた。次に固定した仮説系への「徹底」ゆえに生まれる自由について考える。数学的態度から、全ては仮説であるという観点ゆえに、なぜその仮説系を選んだかを人に説得する必要性が生まれる。この際には、「昔からそうだから」「偉い人が言っているから」などは説得力を全く持たず（数学の下に皆平等）、例えばその仮説系からの帰結の豊かさ、既存の問題に対し前進を促す、新しい概念を生むなど、その仮説系に「徹する」必要がある。ここにもまた自由の側面があると言える。例えばピアノで自分を自由に表現するには、ピアノを弾く練習を十分に積む必要がある。ピアノに触れたことが無い人は、ピアノで自由になることはできない。自分で選んだ自分以外の何かに導かれ、それに徹しているときにもまた人は「自由」を感じるものと思う。

最後に数学的態度による自由の積極的な側面について考える。先の「土台の自由さ」での考察を推し進め、数学的態度によって、自分の仮説（無意識な思い込み等も含む）に気づき他の仮説に変更することで、世界から拾うことのできる情報が大幅に変わる。その結果、当時は想像すらできなかった、より広くて抽象度の高い世界観や夢を持つことが可能となる。仮にその夢が叶わなくても仮説であるので、また別の仮説に軸足を移せばよい。このように数学的態度は、視点を変えながら世界から種々の情報を積極的に拾いに行く姿勢も育む。三木清の、「仮説」に積極的な力を見出した印象的な言葉で締めくくりたい（三木[6]）。

「仮説はある意味で論理よりも根源的であり、論理はむしろそこから出てくる。…すべて確実なものは不確実なものから出てくる…。つまり確実なものは与えられたものでなくて形成されるものであり、仮説はこの形成的な力である。」

謝辞

本研究は JSPS 科研費 22K18640 の助成を受けての研究である。特に研究資料の入手や色々な方との議論、各研究会での発表を可能にして頂き、ここに感謝の意を表す。

参考文献

- [1] H. Poincare, 『科学と仮説』（伊藤邦武訳）、岩波書店、2021（原著出版 1902）
- [2] 堀畑佳宏、「数学的態度について（1）」、日本数学教育学会高専・大学部会論文 26(1), pp.112-114, 2020
- [3] 堀畑佳宏、「教養と抽象化能力について」、第 4 回高専リベラルアーツ教育研究交流会報告書（東京工業大学リベラルアーツ研究教育院との交流）、pp.36-39, 2021
- [4] Y. Horihata, “Mathematical attitude and the liberal arts”, ISATE 2023 論文集（国際工学教育研究集会）, 2023
- [5] Y. Horihata, “Mathematical attitude, hypotheses, and freedom”, ICME 2024 論文集（数学教育世界会議）、受理、2024
- [6] 三木清、『人生論ノート』、新潮社、1978