一般相対論的量子論の完成

清水　哲男（Tetsuo Shimizu）

量子論から一般相対論を公理論的に導出することに成功した．以下に，その公理論的証明の概略を述べる．量子の波長程度の「長さ」を生成する「積分演算子: d_x 」と，その「長さ」を消滅させる「微分演算子: ∂_x 」を使い，量子の基底状態: P_x を，

$$P_x \triangleq \begin{pmatrix} \partial_x \\ d_x \end{pmatrix}, \left[\partial_x, d_x\right] = 1,$$ （後出の，量子の励起状態: $${}^{\mu}D_x \triangleq \begin{pmatrix} \mu d_x \\ -\partial_x / \mu \end{pmatrix}, \left[\mu d_x, -\partial_x / \mu\right] = 1,$$ ）

と定義する．量子状態: P_x には「対称クロス積: $S_x \triangleq P_x \otimes_S P_x \triangleq \left(\partial_x d_x + d_x \partial_x\right)/2$」，「反対称クロス積: $A_x \triangleq P_x \otimes_A P_x \triangleq \left(\partial_x d_x - d_x \partial_x\right)/2 = 1/2$」および「自乗: $P_x{}^2$」が定義でき，

$$\left(P_x \otimes_S P_x\right) \odot_A P_x \triangleq \begin{pmatrix} \left[\partial_x, S_x\right] \\ \left[S_x, d_x\right] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \left[\partial_x{}^2/2, d_x\right] \\ \left[\partial_x, d_x{}^2/2\right] \end{pmatrix} \triangleq D\left(P_x\right) P_x{}^2/2 = \left\{P_x \otimes_A P_x, P_x\right\} = P_x$$

という「自己回帰的・恒等式列」が成立している．量子状態: P_x を一般的な量子状態: P_x' に変換する「アフィン行列: $G : P_x \to P_x'$ 」 は，$G \in SL\left(2, \mathbb{C}\right)$（ローレンツ群の開被覆群）であり，「一般的な量子状態: $P_x' = P_x\left(\theta\right) \triangleq P_x \cos\theta + {}^{\mu}D_x \sin\theta$ 」であり，行列: G に対応する「ゲージ変換演算子: $G_x\left(\theta\right) = P_x \otimes_S P_x\left(\theta\right) = S_x \cos\theta + {}^{\mu}H_x \sin\theta$ 」は，「一般相対論的・往復運動: $P_x \xleftrightarrow{G_x(\theta)=P_x \otimes_S P_x(\theta)} P_x\left(\theta\right)$ 」を発生させている．ここで登場する「ハミルトニアン: ${}^{\mu}H_x \triangleq P_x \otimes_S {}^{\mu}D_x = -\left(\partial_x{}^2/2\right)/\mu + \mu\left(d_x/2\right)$ 」は，「量子の『長さ』状態: $P_x \xleftrightarrow{{}^{\mu}H_x = P_x \otimes_S {}^{\mu}D_x} {}^{\mu}D_x$:量子の『速さ』状態」の間に往復運動を発生させており，それは，量子それ自身が発生する「重力(引力/斥力)」によって「等価原理(重力質量: μ =慣性質量: μ)」を充たす往復運動を行う「ガリレイの振子」がもつべきものに他ならない．「量子論の公理: $\left[\partial_x, d_x\right] = 1$」を充たすあらゆる量子状態が「一般相対論的・往復運動」を行っていることが証明でき，「量子論から一般相対論(的・運動論)が『公理論的に』導出できた」のであるから，ここに「一般相対論的量子論」が完成する．この公理論的体系は，全ての演算子が内部生成されているから「自己完結的」でもある．

さらに，一般n次元の量子状態:$P_{\vec{x}}$ を，「パウリの復素多重スピン行列から生成されるクリフォード代数システム:$\left(\sigma_{x_1},\sigma_{x_2},\cdots,\sigma_{x_n}\right),\left\{\sigma_{x_i},\sigma_{x_j}\right\}/2=\delta_{ij}$」を方向単位とするベクトル形式：$P_{\vec{x}}\triangleq\sum_{\iota}\sigma_i P_{x_\iota}$ で定義すると，（1 次元量子状態:P_xの場合と全く同様に，）$\left(P_{\vec{x}}\otimes_S P_{\vec{x}}\right)\odot_A P_{\vec{x}}=D\left(P_{\vec{x}}\right)P_{\vec{x}}{}^2/2=\left\{P_{\vec{x}}\otimes_A P_{\vec{x}},P_{\vec{x}}\right\}=P_{\vec{x}}$ という「自己回帰的・恒等式列」が成立し，「一般的な量子状態:$P_{\vec{x}}'=P_{\vec{x}}\left(\theta\right)\triangleq P_{\vec{x}}\cos\theta+{}^{\mu}D_{\vec{x}}\sin\theta$」であり，自己内生成された「ゲージ変換演算子:$G_{\vec{x}}\left(\theta\right)=P_{\vec{x}}\otimes_S P_x'=P_{\vec{x}}\otimes_S P_{\vec{x}}\left(\theta\right)=S_{\vec{x}}\cos\theta+H_{\vec{x}}\sin\theta$」による，$P_{\vec{x}}\xleftrightarrow{G_{\vec{x}}(\theta)=P_{\vec{x}}\otimes_S P_{\vec{x}}(\theta)}P_{\vec{x}}\left(\theta\right)$ という「等価原理(慣性質量=重力質量)」を充たす「一般相対論的・往復運動」が行われていることが証明できる．つまり，任意のn次元量子状態においても，量子論から一般相対論が「公理論的に」導出できる．

$P_{\vec{x}}$は量子のn次元「長さ」状態に，${}^{\mu}D_{\vec{x}}$は量子のn 次元「速さ」状態に，それぞれ対応させることができ，$\left(-P_{\vec{x}},+P_{\vec{x}}\right)$は，量子論的に結合し接続されることによって$n$次元ユークリッド空間を構成し，${}^{\mu}D_{\vec{x}}$は，量子の接続によって構成された$n$ 次元ユークリッド空間の上を，「量子の波長:$\Delta\vec{x}$」を単位として「尺取り虫的に・前進」運動する．その様子を直観的に図示すると，次のようになる．

$$
\begin{array}{llll}
\text{量子の「速さ」状態:} & {}^{\mu}D_{\vec{x}} \quad\rightarrow & {}^{\mu}D_{\vec{x}'} & \\
 & \quad\uparrow & \quad\uparrow & \\
\text{量子の「長さ」状態:} & \left(-P_{\vec{x}},+P_{\vec{x}}\right)\leftrightarrow & \left(-P_{\vec{x}'},+P_{\vec{x}'}\right) & \left(\Rightarrow\ \left(+P_{\vec{x}}-P_{\vec{x}'}\sim 0,+P_{\vec{x}'}-P_{\vec{x}}\sim 0\right)\right) \\
 & \quad\uparrow & \quad\uparrow & \\
\text{量子の仮想的「位置」:} & O_x \quad\rightarrow & O_{\vec{x}'} & \left(\vec{x}'\sim\vec{x}+\Delta\vec{x}\right)
\end{array}
$$

量子の「長さ」状態:$P_{\vec{x}}$と「反・長さ」状態:$-P_{\vec{x}}$とは，「対生成/対消滅」して「長さの・空白領域」を作り出し，量子の「速さ」状態は，その中を「一般相対論的・慣性運動」する．「速さ」状態:${}^{\mu}D_{\vec{x}}$は「前進」運動を，「反・速さ」状態:$-{}^{\mu}D_{\vec{x}}$は「後退」運動を，それぞれ行うから，量子の「正/反」は「前進/後退」運動で識別できる．