量子論でゼノンの逆理を解く

清水 哲男（Tetsuo Shimizu）

ゼノンの逆理「『飛ぶ』矢は『飛ばない』」の現代的表現は「『(光速で)運動する』光は『(完全に)静止している』」であり，「運動: $A \to \overline{A}$:静止」 が帰結しているから矛盾である．ゼノンの論法に依れば，「波長: Δx 」および「周期: Δt 」をもって「光速: c 」で「ミンコフスキー時空間・内・光円錐: $x - c \cdot t = 0$ 」 上を運動する(はずの)光は，

$$\left(\Delta x, c\Delta t\right), \left(\Delta x/2, c\Delta t/2\right), \cdots, \left(\Delta x/2^n, c\Delta t/2^n\right), \cdots \to \left(0,0\right),$$

と，「原点: $\left(0,0\right)$ 」から「0(無限小)の波長および 0 の周期: $\varepsilon_{\Delta x} = c\varepsilon_{c\Delta t} = 0$ 」をもって運動しなければならず，しかるに，(0,0)+(0,0)+・・・=(0,0)，であるから，光は原点において静止し続けている．光は，「固有時間: $\Delta\tau^2 \triangleq c^2\Delta t^2 - \Delta x^2 = 0$ 」であるから全世界の全物質(質点)に働くとされる「固有時間(=絶対時間)」によって「世界線を描く」ことはできず，光円錐上に永遠に取り残されるから，質には光が全く見えない．

ゼノンの論法が現実的でないことは自明である．現実に光は光速で運動している．量子である光の波長を「0(無限小)」にするには，光のエネルギー: $\Delta E = h/\Delta t = hc/\Delta x$ 」を「∞(無限大)」にしなければならず，不可能である．しかし，数学者たちがゼノンの逆理の発生源である「0(量数)」および「∞(量数)」の「実在性(reality)」を認めている現状では，それを「論理的に・否定する」ことが必要である．この逆理を「完全に解く」ために，光の波長を任意に(つまり無限に)細分化することはできないこと，さらに，光(の波長)とは，それ以上は全く不可分な「1」単位の「長さ」としての「実在」であることを，量子論の観点から「公理論的推論『のみ』に依って」証明する．

「1」量子に対応する「基本ディラック対(fundamental Dirac pair)の『長さ』状態: P_x 」は，「量子の波長: Δx 」に対応する「長さ」を生成する「積分演算子: d_x 」と，それに双体し「長さ」を消滅させる「微分演算子: ∂_x 」とを 2 行 1 列のベクトルとして，

$$P_x \triangleq \begin{pmatrix} \partial_x \\ d_x \end{pmatrix}, \left[\partial_x, d_x\right] = 1, \left(\left[\partial_x, d_x\right] = \partial_x d_x - d_x \partial_x = 1 \Leftrightarrow \frac{d}{dx}x - x\frac{d}{dx} = 1\right)$$

と定義され，それは「完全に閉じた『自己回帰的な(self-recursive)』恒等式列:

$$\left(P_x \otimes_S P_x\right) \odot_A P_x = D\left(P_x\right) P_x^{\,2}/2 = \left\{P_x \otimes_A P_x, P_x\right\} = P_x, \left(P_x \otimes_S P_x \triangleq S_x, P_x \otimes_A P_x = 1/2\right),$$

を充たす不可分な「個体(individual<indivisible)」であり， $P_x \xleftrightarrow{S_x \triangleq P_x \otimes_S P_x} P_x$ ，が成立している．この P_x に対しては線型独立な「『速さ』状態の基本ディラック対: “ D_x :

$$ {}^{\mu}D_x \triangleq \begin{pmatrix} \mu d_x \\ -\partial_x / \mu \end{pmatrix}, \left[\mu d_x, -\partial_x / \mu \right] = 1, $$

が，存在しており，それはまた，${}^{\mu}D_x \xleftrightarrow{-S_x = {}^{\mu}D_x \otimes_S {}^{\mu}D_x} {}^{\mu}D_x$，という「自己回帰的・往復運動」を行っている．さらに，P_x と ${}^{\mu}D_x$ の間には「ハミルトニアン(Hamiltonian):

${}^{\mu}H_x \triangleq P_x \otimes_S {}^{\mu}D_x = -\left(\partial_x{}^2 / 2 \right) / \mu + \mu d_x{}^2 / 2$

」が構成できて，$P_x \xleftrightarrow{{}^{\mu}H_x \triangleq P_x \otimes_S {}^{\mu}D_x} {}^{\mu}D_x$，という「等価原理(慣性質量=重力質量)」を充たす「一般相対論的・往復運動」が存在している．基本ディラック対は，「4 つの象限: $\left(P_x, {}^{\mu}D_x\right), \left(-P_x, {}^{\mu}D_x\right), \left(-P_x, -{}^{\mu}D_x\right), \left(P_x, -{}^{\mu}D_x\right)$ 」をもつ．各象限は「リーマン面: $S^2 - (0,0) - (\infty,\infty)$ 」と同相である．${}^{\mu}H_x$ による往復運動は，Ⅰ象限およびⅢ象限にのみ存在する．「正」量子は，Ⅰ象限: $\left(P_x, {}^{\mu}D_x\right) - P_x$ に，「反」量子は，Ⅲ象限: $\left(-P_x, -{}^{\mu}D_x\right) + P_x$ に，それぞれ対応させることができる．こうした「基本ディラック対」の「動的構造(dynamical structure))」から出発して，「『1』量子」=「基本ディラック対」の「一般相対論的・慣性運動」が以下のように証明できる．すなわち，

・$P_x \xleftrightarrow{-S_x} -P_x$，であるから，2 組の「速さ」状態: ${}^{\mu}D_x$ が生成する $-S_x$ によって，

・「長さ」状態: P_x は，「『反』長さ」状態: $-P_x$ に変換され，$P_{x'(=\Delta x)}$ に接続する，

・開区間: $x \in (0, \Delta x)$ においては「長さ」と「『反』長さ」との「対生成/対消滅」が起き，$P_{x'(=\Delta x)} + \left(-P_x\right) \sim 0$，${}^{\mu}D_x \xleftrightarrow{-S_x} {}^{\mu}D_{x'(\in(\Delta x, 2\Delta x))}$，であるから，「速さ」状態: ${}^{\mu}D_x$ は，自己を保存したまま，原点: $0 \to \Delta x \to 2\Delta x \to \cdots$:1 波長分の「平行移動」=「尺取り虫的(stepwise)・一般相対論的・慣性運動」を行う，という次第である．

「正」量子の慣性運動は「正」の方向へ「のみ」起こり，「反」量子の慣性運動は，原点: $0 \to -\Delta x \to -2\Delta x \to \cdots$ と「負」の方向へ「のみ」起こるから，運動の方向によって「正/反」の量子を「識別する」ことができる．また，正量子と反量子とが対消滅しても，その全体である基本ディラック対はそのままに保存され存在し続けることができる．これらは，わたしたちが住む「この・空間(The Space)」が，「基本ディラック対の接続態」として成立しており，「0」や「∞」の特異点なく安定した「動的な・実在(dynamical entity)」であることを証明するから，ゼノンの逆理は解消する．