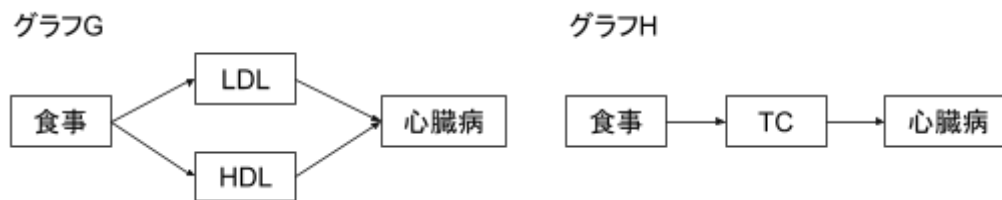


On Equivalence of Causal Models

大塚 淳 (Jun Otsuka) ・ 西郷 甲矢人 (Hayato Saigo)

京都大学 ・ 長浜バイオ大学

有向グラフと確率分布を用いて事象間の因果関係をモデル化する因果モデルは、諸科学分野において幅広く応用され、またその哲学的な含意も議論されてきた。しかしその数理的基盤については、未だ不明確なところが残されている。あらゆる数理モデルにおいて基本となるのは、同一性の基準、つまり二つのモデル M と M' はどのようなときに「同一のモデル」と言い得るのか、という基準を定めることである。しかしながら、二つの因果モデルが同じ因果的構造を表しているか否かを判定する基準は未だ明らかではない。例えば、より多くの／詳細なノードを持つマイクロな因果モデルが、より少ないノードを持つマクロなモデルと同じ現象を記述しているのかどうかを判定する基準がないのである（下図参照）。近年、この問題への取り組みも現れてきたが (Rubenstein et al. 2017)、それに対する問題も指摘されている (Beckers and Halpern 2019)。



図：コレステロール (TC) の影響についての二つの仮想因果グラフ。グラフGはコレステロールを善玉 (LDL) と悪玉 (HDL) に分解している。これら二つの因果グラフに基づくモデルは同等たりうるのだろうか？

本発表はこの問題に対し、ノンパラメトリックな非巡回有向グラフ (DAG) に焦点を絞り、圏論的な観点からの解決を目指す。因果モデルの圏論的形式化は、主に (Jacobs, Kissinger, and Zanasi 2019) らによって進められてきた。そこでは因果グラフはノードとその間の因果メカニズムを「統語論的關係」として表すストリングダイアグラムによって定式化され、具体的な因果モデルは、各ノードに対してはその値の集合を、因果メカニズムに対しては確率遷移マトリクスを割り当てる対応、すなわち圏 Stoch への関手 (functor) として表現される。

この定式化のもとで、まずグラフを一つに固定したときのモデルの同一性を、関手間の自然変換 (natural transformation)、特に可逆な自然変換である自然同値 (natural equivalence) によって与えるという方針が立てられる。本発表においては第一に、このような意味での「同じさ」が具体的にはどのようなものであるかを考察し、その意味付けについて考える。

しかし、以上の枠組みは、ひとつのグラフを予め固定した状況に限っている。次により一般的な問題として、上図のように異なるグラフに基づいた因果モデルの同じさを議論するにはどうしたらよいかを考える。この問題は、ある非巡回有向グラフ G と、そのグラフのいくつかのノードを「まとめた」マクロなグラフ H があり、両者からそれぞれの構造を示すストリングダイアグラムの圏が生成されたとき、それらから Stoch への因果モデル = 関手 F_G および F_H を、整合的な形で対応付けることが可能かどうかに着目する。これを本発表では、以下のような手順で探求する。

1. グラフ G から H へのグラフ準同型写像 ϕ を構成する

2. G および H からストリングダイアグラムの圏を構成する
3. グラフ準同型写像 ϕ から、ストリングダイアグラムの圏の間の関手 Φ_ϕ が定まる
4. F_G と $F_H \circ \Phi_\phi$ はストリングダイアグラムの圏からStochへの関手=因果モデルとなる
5. F_G と $F_H \circ \Phi_\phi$ の間に自然変換 (natural transformation) があるかどうかを考える

以上を踏まえ、こうした自然変換の存在が、モデルの「同じさ」を担保するのかどうかを議論したい。

なお発表には日本語を使用する。

参考文献

- Beckers, Sander, and Joseph Y. Halpern. 2019. “Abstracting Causal Models.” *Proceedings of the AAI Conference on Artificial Intelligence* 33 (01): 2678–85.
- Jacobs, Bart, Aleks Kissinger, and Fabio Zanasi. 2019. “Causal Inference by String Diagram Surgery.” In *Foundations of Software Science and Computation Structures*, 313–29. Springer International Publishing.
- Rubenstein, Paul K., Sebastian Weichwald, Stephan Bongers, Joris M. Mooij, Dominik Janzing, Moritz Grosse-Wentrup, and Bernhard Schölkopf. 2017. “Causal Consistency of Structural Equation Models.” In *Proceedings of the 33rd Conference on Uncertainty in Artificial Intelligence (UAI)*, edited by Gal Elidan, Kristian Kersting, and Alexander T. Ihler.