

基礎づけ言語としての直観主義論理：その拡張を考える

オーガナイザ：岡本賢吾（東京都立大学）

提題予定者：

山崎紗紀子（東京都立大学）：「多数帰結型の直観主義論理シークエント計算とその拡張」

岡本賢吾：「山崎提題についての背景補足」

三上温湯（東京都立大学・学振特別研究員（DC））：「徹底した意味理論の基盤論理はいかなるものであるべきか——直観主義論理からその拡張へ——」

岡本賢吾：「三上提題についての背景補足」

企画の趣旨：

近年、論理を「多様な論理諸体系——古典論理を頂点とし、中間諸論理、直観主義論理、さらにより弱い諸論理、そして線型論理など——から成る、ある種の階層構造（もちろんこの強弱の順序は、単純な全順序ではなく、非常に複雑な半順序である）」として捉える見方が、ますます常識化しつつあると言ってよいように思われる。この見方を素朴に、シリアスに受け取るならば、「論理」と見なしうるかくも相異なる論理諸体系が併存するという事態を、我々は一体どう理解すべきか」という、一つの哲学的疑問が生じてくることになるだろう。

とはいえ、実際には事情はそれほど深刻ではないとも言える。なぜなら、このように多様な諸体系が登場するのは、基本的には、論理的諸研究にとっての対象、つまり「対象言語」としてのことであって、当該の対象言語を研究するために我々自身が使用するメタ言語（本企画のタイトルで「基礎づけ言語」と呼んでいるのは、こうした「論理諸体系の研究のために用いられるメタ言語」のことである）は、通常、一貫して古典論理（より詳しくは、古典論理に立脚する適当な強さの古典数学）だからである。したがって、やはり論理とは第一義的には古典論理であって、それ以外の「多様な論理諸体系」は、（一部の強固な構成主義者などの考えを除けば）基本的には、「古典論理の諸性質をより包括的・一般的な観点から明らかにするための方法論的に”仮構”されたある種の工作物」といったものにすぎない、とも言えよう。

しかし他方で、古典論理以外の諸論理が、もっぱら論理的諸研究の対象言語としてしか登場しないかと言えば、それは明らかに誤りである。例えば、直観主義論理は、構成主義的プログラミング理論において、プログラムの型付けのための理論装置として不可欠に体系内に組み込まれ、活用されており、また圏論的には、トポスの内在言語として理論展開そのものの言語的枠組みとして登場している（本企画では直接扱えない

が、以上と関連した事実として、直観主義論理以外にも、例えば関連論理は、情報フロー理論における情報構造そのものの記述枠組みを成すと言われており、さらに最近では、例えば義務論理の適切な形式化のためには線型論理の採用が適切だという意見などもしばしば見かけるようになってきている)。もちろんこうした断片的諸事例だけからでは決定的なことは言えないが、少なくとも直観主義論理は、しばしば言われる通り、そこに登場する含意結合子が、演繹定理（仮定を「ならば」の導入によって解除することが許される、ということ）だけで特徴づけられるという、それより強い諸論理には見られない構成主義的特性を備えており、そしてそのことが直観主義の含意結合子に特有の概念的見通しのよさ（それは明らかに、古典論理的・真理関数的含意には欠けていると言ってよいであろう）を与えている点で、やはり一定の注目に値すると思われる。ただしその場合、単純に通常の直観主義論理そのものをメタ言語に据えること（ゲーデルの二重否定翻訳や、またディアレクティカ解釈で行われているのが、これに当たるであろう）は、直観主義以外の（とりわけ、それより強い）諸体系を再現・展開するためのやり方としては、制限が大きすぎると言うべきである。そうではなく、直観主義論理に対して、一定の適切な拡張を施した体系を用意し、これを基礎づけ言語（メタ言語）に据えて、他の論理体系・論理的諸理論をその枠組みの中で記述・展開することにより、初めて理論的にも哲学的にも十分啓発的な結果が得られることが期待されるであろう。

本ワークショップでは、以上のような観点の下で、具体的に二つの直観主義論理の拡張の方向性を検討し、そこから現在得られている理論的・哲学的な結果を報告する（その上で、フロアとの討論を行いたい）。第一に、直観主義論理の多数帰結型シークエント計算の諸体系に関する近年の研究（山崎がこの分野での最新の研究動向を紹介する）に基づきながら、さらにそこに古典論理のコンテキストを埋め込むことを可能にした、拡張直観主義論理の新しい体系を提示し、その意味論と哲学的興味を明らかにする（岡本）。

第二に、直観主義論理をベースとして構想されているダメットの意味理論を踏まえながら、そこに対して一定の *infinitary* な推論規則を導入し、より包括的な意味理論を形成する可能性を探る。これは実際に、一つには、ダメット自身の示唆（ゲーデルの不完全性定理とのかかわりで論じられているもの）に由来するアイデアであり、また他方で、S. ヴィッカーズらにより推進されている、直観主義論理の幾何学的論理への拡張に由来するアイデアである。主にその哲学的基礎を三上が論じ、技術的な背景を岡本が論じる。