

数の理解と圧搾論法

菊池 誠 (Makoto Kikuchi)

神戸大学

現代の標準的な見方では完全性定理は述語論理の論理的公理と推論規則の選び方の妥当性を示す定理とされている。この完全性定理の解釈の背後には数学的な帰結関係はモデル論的な導出関係によって形式化されるというタルスキの考え方がある。しかし、この考え方は述語論理に最初から備わっていたものではなく、フレーゲ以降、タルスキ以前には数学的な帰結関係は形式的な証明可能性と同一視されることが多かった。このタルスキとフレーゲの考え方では、数学的な帰結関係の捉え方は大きく異なるが、形式化によって数学的な帰結関係が正確かつ直接的に理解できると考える立場は共通している。それに対してクライゼルは1960年代に、概念が非形式的であることと曖昧であることとは異なり、一般に概念は非形式的であっても厳密であり得て、数学的な帰結関係は、モデル論的な導出関係とも形式的な証明可能性とも異なる、非形式的で厳密な概念であると主張した。そしてクライゼルは完全性定理とは、数学的帰結関係をモデル論的な導出関係と形式的な証明可能性のいずれかと同一視した上で、もう一方との関係を明らかにする定理ではなく、モデル論的な導出関係と形式的な証明可能性で挟み込むことで、数学的な帰結関係を特徴付ける定理であると論じた。本講演では素朴な意味での実数全体の集合や自然数全体の集合を圧搾論法で理解する枠組みを提案し、その性質について論じる。