

直観主義論理における爆発原理の正当化

五十嵐涼介 (Ryosuke Igarashi)
学振特別研究員 PD／首都大学東京

証明論的意味論とは、文の意味をその文がどのように証明されるかに基づいて与える枠組みであるが、この分野の発端となった Dummett および Prawitz によるプロジェクトにおいては、証明論的意味論はもっぱら直観主義論理に対する正当化を与えるものであるとされ(cf. [2][9])、今日に至っても両者は分かち難く結びついていると理解される場合がほとんどである。

しかしながら、(古典論理をはじめとした他の論理体系と証明論的意味論の関係を一先ず脇に置くとしても)このような Dummett-Prawitz 流の証明論的意味論と直観主義論理の間の対応関係についてはそれ自体疑問の余地が残っている。ここで問題となるのは、この Dummett-Prawitz の立場の上で直観主義論理における「矛盾から任意の命題が導出される」という爆発原理 (NK においては \perp 除去則として定式化される) をいかにして正当化するのか、という点である。

本発表では、まずこれまで Dummett-Prawitz 流の証明論的意味論に基づいて与えられてきた正当化がすべて失敗に終わっているか、不十分なものであることを確認する(cf. [1][2][3][4][10][12][13][16])。次に、爆発原理を構造規則の一種として定式化した直観主義論理体系 NQ を定義し、この体系のもとでは爆発原理が自然な仕方では正当化可能であることを示す。NQ は Nakano [6][7]によって与えられた最小命題論理の体系を直観主義論理へと拡張したものであるが、両者の特徴はこれらがプログラミング言語における Catch-Throw 機構を内包した擬複数結論の体系であるという点にある。問題となっている爆発原理は、NQ においては「推論の行き止まり(Dead End)から他の可能性へとジャンプ」することを可能にするような推論として定式化される。直観主義論理および爆発原理のこのような理解が正しいとすれば、直観主義論理は Dummett や Prawitz の思惑に反して、すでに非構成主義的な推論をその内に含んでいると結論付けられる。本発表の最後では、このような直観主義論理の構成性に関する洞察について、先行研究と関連付けながら考察する(cf. [5][8][14][15])。

本発表は福田陽介氏 (京都大学) との共同研究に基づく [16]。

参考文献

1. R. T. Cook and J. Cogburn. What negation is not: Intuitionism and ‘ $0=1$ ’. *Analysis*, 60(265):5–12, 2000.
2. M. Dummett. *The Logical Basis of Metaphysics*. Harvard University Press, 1991.
3. M. Dummett. *Elements of Intuitionism*. Oxford logic guides. Clarendon Press, 2000.
4. M. Hand. Antirealism and falsity. In D. M. Gabbay and H. Wansing, editors,

- What is Negation?, pages 185–198. Springer Netherlands, Dordrecht, 1999.
5. S. Maehara. Eine darstellung der intuitionistischen logik in der klassischen. Nagoya Mathematical Journal, 7:45–64, 1954.
 6. H. Nakano. A constructive logic behind the catch and throw mechanism. Annals of Pure and Applied Logic, 69(2):269–301, 1994.
 7. H. Nakano. Logical Structures of the Catch and Throw Mechanism. PhD thesis, The University of Tokyo, 1995.
 8. M. Parigot. $\lambda \mu$ -Calculus: An algorithmic interpretation of classical natural deduction. In A. Voronkov (eds), Logic Programming and Automated Reasoning, volume 624 of Lecture Notes in Computer Science, chapter 18, pages 190–201. Springer Berlin / Heidelberg, 1992.
 9. D. Prawitz. Meaning approached via proofs. Synthese, 148(3):507–524, 2006.
 10. D. Prawitz. Pragmatist and Verificationist Theories of Meaning. In G. O. Brian McGuinness, editor, The Philosophy of Michael Dummett. Springer, 2007.
 12. N. Tennant. Negation, Absurdity and Contrariety. In D. M. Gabbay and H. Wansing, editors, What is Negation?, pages 199–222. Springer, 1999.
 13. L. Tranchini. The role of negation in proof-theoretic semantics: A proposal. Fuzzy Logics Interpreted as Logics of Resources 9, pages 273–287, 2008.
 14. S. Read. Harmony and autonomy in classical logic. Journal of Philosophical Logic, 29(2):123–154, 2000.
 15. H. Sørensen and P. Urzyczyn. Lectures on the Curry–Howard Isomorphism. Elsevier, 2006.
 16. Y. Fukuda and R. Igarashi. A Reconstruction of Ex Falso Quodlibet via Quasi-Multiple-Conclusion Natural Deduction. In A. Baltag, J. Seligman, and T. Yamada (eds), Logic, Rationality, and Interaction. LORI 2017. Lecture Notes in Computer Science, vol 10455. Springer, 2017.
 17. 大西琢郎、『証明論の意味論と双側面説』、博士論文、京都大学、2012。