時間の『起源』を発見した!

清水 哲男（Tetsuo Shimizu）

時間は，古代から現代に至るまで，「周期運動の数」として定義されてきた．現代における時間の尺度とは，地球の日周運動(自転)の数を原子時計(電子の「周期運動の数」を数える装置)で補正したもの(UTC, Universal Time Coordinated)である．そして，その運動を引き起こすものとは，ニュートン力学においても量子力学においても，他ならぬ「時間の『流れ(flow)』」なのである．わたしたちはここに一つのトートロジー(そしてパラドックス)を見いだす．とりわけニュートン力学における，「質点が・運動する」モデルにおいては，一様に流れる時間が「質点(point mass)」を運動させ，そのことによって空間にその「軌跡(trajectory)」が描き出されるのであるが，しかし，その一方で，空間とは，カントールのいうところによれば，『非』可算無限数多の点の集合であるとされ，それは整列不可能ではなかったのか? なぜ，時間だけが，『非』可算無限数多の集合を「整列させる(arrange)」ことができるのか? いや，そもそも，空間が『非』可算無限数多の点の集合としての「数学的連続体」であるならば，そこに，どうして運動が成立しうるのだろうか? いわゆる「ゼノンのパラドックス(Xeno's paradox)」がここに再起する．つまり，空間を構成する基本量である「長さ(length)」が無限に分割可能であるならば，空間は「その長さが 0(=無限小量数)である『点』」をその究極の構成要素とすることになり，そのうちの特定の 1 つの点の運動は，「『非』可算無限数多の点を整列する」ことなしには起こりえず，したがって，それは全くの不可能事であろう．

このパラドックスを解く鍵は量子論にあった．対応原理によって，運動量: p は微分演算子: $\hbar\left(d/dx\right)/\iota$ に対応させられるが，この運動量は古典力学において，$m\left(dx/dt\right)$ と書かれてきたものである．古典力学における運動量は「時間パラメタ: t 」を含んでいるが，量子力学のそれは時間パラメタを全く含んでおらず，時間に依存していない．この微分演算子を，$d/dx \leftrightarrow \partial_x$ と書き直し，それに対応する位置演算子を，$x \to dx \leftrightarrow d_x$ と「長さを生成する演算子: dx 」に対応させ，それを d_x と書き直し，第一量子化条件を相互微分関係として「再・定義」して成立したものが「基本ディラック対(fundamental Dirac pair)」である．つまり，

$$\left(d/dx\right)x - x\left(d/dx\right) = 1 \to \left[\partial_x, d_x\right] \triangleq \partial_x d_x - d_x \partial_x = 1,$$

である．この関係式は，2 重の意味をもっている．「①リー微分(Lie derivative)」としては，∂_x は，d_x に対して「左」微分演算子として，また，∂_x は，d_x に対して「右」

微分演算子として，それぞれ機能しており，しかも，「②リー代数システム(Lie algebra)」としては，それらは相互に，それぞれに対して「左/右」逆元としての関係にある．

基本ディラック対は，みかけは単純でありながら，その実は驚くほど豊富な内容をもっている．まずそれは，空間の基本量である「長さ(length)」を生成するのであるから，「⑴万物の尺度(gauge of everything)」としての性格をもっている．基本ディラック対を，その代数システムとしての構造を不変に保ちながら，基本ディラック対へと変換する演算子を「ゲージ変換演算子(gauge transformation operator)」と呼ぶが，基本ディラック対は，このゲージ変換演算子を「自己生成する(auto-poetic)」．それは，自らを，自らが，「運動させる」ことができるのであるから．「自動システム(automata)」である．しかも，このゲージ変換演算子は，2 回の演算で，恒等演算に戻るのであるから，それは周期運動体でもある．つまり，それは自らが自らを動かすことができる「⑵自動時計(automatic clock)」なのである．これを数式で書くと，

$$P_x \triangleq \begin{pmatrix} \partial_x \\ d_x \end{pmatrix} \xleftrightarrow{G_x = S_x \cos\theta + {}^{\lambda}H_x \sin\theta} P_x \cos\theta + {}^{\lambda}D_x \sin\theta, \left({}^{\lambda}D_x \triangleq \begin{pmatrix} \lambda d_x \\ -\partial_x / \lambda \end{pmatrix} = {}^{\lambda}H_x \odot_A P_x, \right)$$

である．その性質を述べると，基本ディラック対は，4 つの象限(「素領域(elementary domain)): $\left(P_x, {}^{\lambda}D_x, -S_x, -{}^{\lambda}D_x\right)$ から成立しており，それらは，ゲージ変換演算子によって量子論的に重ね合わされている．つまり，量子論的に遷移しつつ存在している．それを，古典力学によって近似すると，なんと，質量: $m = \lambda$ およびバネ定数(プランク定数: $\hbar = 1$ と置いていることに注意): $k = \lambda$ に相当するパラメタをもって周期運動する「調和振動子(harmonic oscillator)」がそこに出現する．

この基本ディラック対の複数組を，「パウリの複素・多重・スピン行列代数システム(Pauli’s complex-multi-spin matrix algebra)」との「接合積(joint product)」をとり，その直和を作ることによってベクトル化したものが「ディラック対(Dirac pair)」である．今般，1 次元空間+1 次元時間に対応するディラック対を構成し，そこにおいて，内部鏡映変換演算子とゲージ変換演算子の組み合わせから，「ローレンツ変換(Lorentz transformation)」を得ることができた．これは，ディラック対の概念が，「ダランベールの演算子の『平方根』(いわゆるディラック方程式に相当する)」および「ミンコフスキー計量演算子の『平方根』」の一対として発見されたことから，当然至極ではあるが，ついに「発散の困難のない相対論的量子場の理論が建設できた」ことを意味する．さらに，このミンコフスキー計量演算子の「平方根」を，4 次元ベクトル・ポテンシァルに置き換えると，そこには，マックスウェルの方程式が出現するのであるから，「4 次元ディラック対=量子電磁気学的場の理論」であることは確実である．

現代の時間は，「原子時計」によって測られている．原子時計は，電磁場の周期運動の数を数えているのである．電磁場の周期運動とは，すなわち光の存在に他ならない．その電磁場の周期運動を，わが基本ディラック対の概念およびディラック対の概念は，ついに説明することに成功しはじめたのであり，ここに「時間の『起源』(the “Origin” of Time)(それは「運動(motion)」の『起源(origin)』でもあろう)は，ついに解明されはじめた，といえよう．