不確定性が引き起こす観測前のデコヒーレンス

望月　隆二（Riuji Mochizuki）
東京歯科大学　物理学研究室

20 世紀前半に量子力学は現代科学の基礎としての地位を確立したが、量子力学の観測問題は未解決であるばかりでなく、観測問題とは何か、ということについての統一された見解もない。本講演では、観測問題として次の素朴な定義を採用する。「純粋な量子力学は観測過程を説明できるか?」ただし、「純粋な量子力学」という言葉はボルン規則を含むが、射影公準などの付加的な仮定は含まない量子力学、という意味で使う。多世界解釈や環境理論では干渉項の消滅（デコヒーレンス）によって上の設問に肯定的に答えようとするが、いずれの場合もデコヒーレンスが起こるのは測定の後であり、観測問題の本質的な解決にはなっていない。

我々は、（例えば、位置と運動量の）不確定性を考慮に入れることで、デコヒーレンスが測定前に生じることを示す。すなわち、純粋な量子力学は測定過程によるミクロからマクロへの変換を内包しているのであり、付加的な仮定を必要としない。これは量子力学を局所的な隠れた変数理論で説明しようとしたり、あるいは、他のわれわれの日常経験に一致するもので置き換えたりしようとするものではない。量子力学が非局所的であることは多くの実験で証明されている。

複スリット実験を考察する。スリットを通過する光の量を調整し、1 個ずつの光子がスクリーンに到達するとしよう。このとき、スクリーンのどこに光子が到達するかの確率は、光子の波動関数で決まり、その波動関数は複スリットを通過したことによる干渉項を含んでいる。この点で波動関数は光子の「波動性」を表している。一方、スクリーン上に現れる光子は 1 個ずつであり、その点では光子の「粒子性」が現れている。このことを光子の状態で見れば次のようになる。スクリーン上でスリット間の距離の方向を z 方向とする。光子の状態（ケット）$|\psi\rangle$ はスリット 1 及び 2 を通過した状態 $|\psi_1\rangle,\ |\psi_2\rangle$ の和 $|\psi\rangle = |\psi_1\rangle + |\psi_2\rangle$ であり、これを波動関数 $\psi_{(i)}(z) = \langle z|\psi_{(i)}\rangle$ を用いて書けば、

$$|\psi_{(i)}\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} dz\psi_{(i)}(z)|z\rangle \tag{1}$$

となる。ボルン規則によれば、光子が z に現れる確率分布は

$$|\psi(z)|^2 = |\psi_1(z)|^2 + |\psi_2(z)|^2 + 2\Re(\psi_1(z)\psi_2^*(z))$$

で与えられ、2 本のスリットを通過したことによる干渉項を含んでいることがわかる。一方で、光子は z 軸上いずれかの位置に粒子として現れるのであるから、スクリーン上に到達する直前の光子の状態は本義混合状態であり、その密度行列 $\hat{\rho}$ は

$$\hat{\rho} \sim \int dz|\psi(z)|^2|z\rangle\langle z|$$

でなければならない。すなわち、純粋状態を表す密度行列

$$\begin{aligned}\hat{\rho}_0 &= |\psi\rangle\langle\psi| \\ &= \int dz \int dz' \psi(z)\psi^*(z')|z\rangle\langle z'|\end{aligned}$$

から、観測以前に干渉項 $\psi(z)\psi^*(z')|z\rangle\langle z'|,\ (z \neq z')$ が消失している（デコーヒーレンスが生じている）のである。

このデコヒーレンスが生じる理由は次のように説明できる。我々は光子の z 軸上の位置を特定するのであるから、不確定性関係から z 方向の運動量について、一定の不確定さを認めなければならない。つまり、観測される光子の密度行列は $\hat{\rho}_0$ ではなく、運動量の一定の幅について平均を取った密度行列 $\hat{\rho}_{av}$ を考えなければならない。そこで運動量についての並進演算子

$$\hat{\mathcal{T}}(\pi) = \exp\left(\frac{i\hat{z}\pi}{\hbar}\right) \tag{2}$$

を用い、規格かも含めて $\hat{\rho}_{av}$ を

$$\hat{\rho}_{av} \equiv \frac{1}{2h\Delta p}\int_{-\Delta p}^{\Delta p} d\pi \hat{\mathcal{T}}(\pi)|\psi\rangle\langle\psi|\hat{\mathcal{T}}^\dagger(\pi) \tag{3}$$

と定義する。(1)、（2）を用いれば (3) は

$$\hat{\rho}_{av} = \int_{-\Delta p}^{\Delta p} \frac{d\pi}{2h\Delta p}\int dz \int dz' \psi^*(z')\psi(z)\exp\left(\frac{i(z-z')\pi}{\hbar}\right)|z\rangle\langle z'|$$

となる。巨視的な観測結果を得るのであるから、不確定性関係から

$$\hbar \ll (z-z')\Delta p$$

を満たさなければならない。この制限のために指数関数の積分から δ 関数が現れ、その δ 関数が干渉項を消滅させて

$$\hat{\rho}_{av} = \frac{1}{\delta(0)}\int dz|\psi(z)|^2|z\rangle\langle z|$$

となる。この密度行列 $\hat{\rho}_{av}$ があらわしているのは本義混合状態であり、光子がスクリーン上では粒子として現れることを示している。

このように、純粋な量子力学はデコヒーレンスを内包し、付加的な仮定を必要とせずに観測過程を説明できるのである。

reference R. Mochizuki, arXiv:1704.04117