

ベルの不等式の別解釈

柳沢 雄太郎 (Yutaro Yanagisawa)

株式会社 浜松クオンタム 研究部

量子論の基礎には、常識ではどうも認められない解釈が存在する。すなわち、波動が一瞬で収縮するのかという問題と、EPR (アインシュタイン、ポドロフスキー、ローゼン) 相関といわれる“遠隔作用”の問題である。両者とも“作用”が一瞬で起こるのかという重大な疑問である。“作用”については、歴史的にみれば、有名な釈迦の縁起の法にさかのぼる。釈迦は、菩提樹の木の下で、「これあればそれあり、これ生ずるが故にそれ生ず。これなければそれなし、これ滅するが故にそれ滅す。」いわゆる縁起の法を会得した。この法は、ブッダに関係なく世界に存在している法則であり、宇宙は法則に従って流転消滅し、結果があればかならず原因があるというものである。ここで釈迦は作用が近接か遠隔かまで考えていたのかは不明であるが、「宇宙は法則によって動いている」という原理と同じように、「近接作用で動いている」というのは重要な原理なのではないだろうか。

ではどのようにして、量子論のこれらの問題を考えたらよいのだろうか。まず、物理理論とはどのようなものかを考察してみよう。ニュートンの古典力学で星の運行は遠隔作用で記述されていた。もし、これを近接作用に書き直そうと思えば、ニュートン力学の数学構造を大きく変化させて、アインシュタインの重力理論が必要であった。これが意味することは、物理理論とは、その理論が定めた初期の観測量から、その後の観測量を与える“単なる数学構造”にすぎないということである。また、その構造は1つの数学的構造の安定点にあり、それが遠隔作用のような矛盾をかかえているからといって、それを単なる数学的改良で改善することはきわめて困難なのである。すなわち、ある物理量の世界を記述するいろいろな数学的構造があった場合、ほとんどの数学構造は、うまく予想できないのであるが、ある構造、たとえばニュートン力学はほとんどの現象をうまく説明できるというように、成功した理論とは、いわばポテンシャル関数に例えると、そのポテンシャルの安定点にある数学構造であるにすぎない。そして、その理論の矛盾点を直そうとすると、遠くはなれた安定点である全く異なる数学構造を探さなければならないのである。そのため、量子論で近接作用のような本質的な部分を説明できないからといって、EPRの“遠隔作用”があるのだという必要はないのである。ニュートン力学で星の運行に遠隔作用が使われていたと同様に、量子論でも遠隔作用が問題となっているのは別に不思議なことでもない。理論は実験結果を言い当てる単なる写像にすぎないので、遠隔作用のような部分まで説明しようとする、それを媒介とする未知の構造を導入する必要があるからである。

では、量子論の“作用”をどのように考えたらよいのだろうか。まず、波束の収縮では、1つの量子は波動として、無限の空間に広がっていくというのが問題である。この問題のため、非線形項をシュレディンガー方程式に追加する等のいろいろな提案

が存在した。たとえば参考文献1)では、「シュレディンガー方程式への非線形項の追加はEPR型の実験で光速を超える信号の伝達が可能になることをジザンとポルチンスキが示し、S. ワインバーグは量子論のいかなるささいな変更も、理論的な不条理をもたらすので量子論の正しさ示唆するとした。しかし、彼らの議論は決定論的な補正項にのみ限定され、確率的(つまり)統計的な補正には適用されない。」として、「1量子はある時間でランダムに収縮する(自発的局所化)」と著者は言う。筆者は、以前、宇宙からの高エネルギー陽子の軌跡を原子核乾板を使って、顕微鏡で直接見て計測していた経験から、量子が無限に広がるとは到底信じられない。そのため、文献1のように、空間とのランダムな相互作用により、波動はある大きさに広がった後は、その大きさに限定されると考える。

さて、次に、EPRの問題であるが、ベルの不等式は非常にシンプルであり、説得力がある。また、その実験結果も非常に多岐にわたっており、実験から隠れた変数理論は否定されたように思われる。しかし、このような遠隔作用を信じることには躊躇せざるをえない。では、どのようにしてこれを考えたらよいただろうか。

ベルの不等式で、左右にわかれた光子対の角度に依存する量を測定する場合を考える。左の光子の測定結果を $A(\theta a, \lambda)$ として、右の光子の測定結果を $B(\theta b, \lambda)$ とする。ここで、 $\theta a, \theta b$ は、それぞれの測定角度であり、 λ は隠れた変数とする。2つの光子の同時計測の平均値は、

$$C(\theta a, \theta b) = \int A(\theta a, \lambda) B(\theta b, \lambda) \rho(\lambda) d\lambda \text{ となる。}$$

ここで、 $\rho(\lambda)$ は、 λ の確率分布を与える確率密度で、 $\int \rho(\lambda) d\lambda = 1$ とできる。

ここで、次の式の不等式が成立する。

$$|C(\theta a, \theta b) - C(\theta a, \theta' b)| = \int |A(\theta a, \lambda) [B(\theta b, \lambda) - B(\theta' b, \lambda)]| \rho(\lambda) d\lambda \\ \leq \int |B(\theta b, \lambda) - B(\theta' b, \lambda)| \rho(\lambda) d\lambda$$

同様にして、

$$|C(\theta' a, \theta b) + C(\theta' a, \theta' b)| \leq \int |B(\theta b, \lambda) + B(\theta' b, \lambda)| \rho(\lambda) d\lambda$$

これから次のベルの不等式が得られる。

$$|C(\theta a, \theta b) - C(\theta a, \theta' b)| + |C(\theta' a, \theta b) + C(\theta' a, \theta' b)| \leq 2$$

この説明は簡潔でほとんど文句のつけようのないものであるが、問題は、2番目の不等式のように、 $|A(\theta a, \lambda)|$ を共通項として出すことができるかである。 λ の取りうる領域が加算無限である場合は正しい。また、 $\lambda + d\epsilon$ の場合に、 A や B がそれほど変化しない場合も正しい。ここでもし、 $d\epsilon$ がどれほど小さくても、 A や B が一気に変化するような場合はどうだろうか。量子の世界が、このような無限集合の場合は、ベルの不等式を導く前提がくずれるのである。量子実験は、1実験ごとに、無限のパラメータ変数を持っており、そのため、 $\rho(\lambda) d\lambda$ のような一種のクラス分けをすることが不可能な無限集合ではないのだろうか。ベルの不等式は、そのようなクラス分けできない無限についても、従来の無限集合と同様して λ でまとめられるとしたことが古典的な処方であったということである。“遠隔作用”の問題は、ニュートン力学と同様に、より深い物理構造を数学的に構築しなければ説明できないものであり、古典的でない“量子的”な隠れた変数が存在すると思われる。

参考 1、アンドリュウ、ウィテンカー 「The New Quantum Age」 和田訳 196page

2、量子光学 井上恭著 森北出版