

Newton力学的一般相対論の統一場理論による質量の起源

徳田 雅彦

三重県立津工業高等学校

1. 量子力学の解釈変更と波動場に見られる質量及びBohr模型の有効性

量子力学は時空間や物質の起源など自然哲学の根幹に関わる議論について無力である。自然哲学としての議論は相対論的場の量子論(QFT, 素粒子論)で行わなければならない。しかし、それは煩雑な計算が伴い、哲学的な考察が困難である。そこで QFT を c 数(可換な数)にして波動場の量子力学(新量子力学)は古典的であるが素粒子論の議論が可能になり、自然哲学の考察も容易になる。またこの量子力学には粒の概念がないので確率解釈も不要になる。しかしその場合は光電効果や Compton 効果などの光量子仮説の問題があるが、これについても霜田が波動だけで説明できることを示した(レーザー研究 25 1997)。元々、量子力学では電磁波を量子化して議論できないので、むしろ自然な事である。そして背景に場の量子論があるので、この波動場の量子力学は c 数での素粒子論を議論することができる。

ところで、量子を波動場だけに見る場合、粒子性の特徴である質量についても再定義する必要がある。それについては経路積分を使って考える。Lagrangian 経路積分の波動関数 Ψ は、

$$\Psi = \lim_{N \rightarrow \infty} \left(\sqrt{\frac{m}{2\pi\hbar\Delta t}} \right)^N \int dx_1 \cdots dx_{N-1} \exp \frac{i}{\hbar} \sum_{j=0}^{N-1} \left[-\frac{m}{2\hbar\Delta t} (x_{j+1} - x_j)^2 - \frac{i}{\hbar} V(x_j) \Delta t \right] \quad (V: \text{potential})$$

である。この式は各々の経路に対応する波動関数の重ね合わせを表しており、量子が Brown 運動している描像になる。これを Einstein の Brown 運動の理論に Wick 回転($t \equiv \hbar/kT$, T, k : 絶対温度, Boltzmann 定数)を行ってから、それぞれの分散を比較すると、 $m = i f t / 2$ (f : 媒質の粘性に関係する易動度)という関係式が得られる。この粘性は古典電磁気学で類推すれば、電子自身が作る自己場によるものであると考えることができる。自己場とは電荷が加速運動する時にそれを止めようとする力がはたらく場のことであり、これによる力を「自己力」と言う。自己力は電磁質量と言う質量を作ることができて、特殊相対論にもある $E \sim m c^2$ が導かれる。

この新量子力学は前期量子論の Bohr 模型を波動場で考えることができ、Bohr 軌道上で定常波ができていているという描像を導くことができる。そして定常波であることから、電子の周回運動による電磁波放出も問題がない。従って、Bohr 模型は QFT の c 数表現として有効な理論になる。

2. Newton力学的一般相対論と統一場理論

Einstein の一般相対論は 4 次元微少線素の式 $ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$ の $g_{\mu\nu}$ を重力場の方程式から求め、それを測地線の方程式を使って物体の運動を調べる理論である。

しかしこの方法は非常に煩雑な計算が伴う。本研究はこれに対して限定的であるが、4 次元微少線素の式と重力場の方程式を次式のように書くと、簡単に Schwarzschild の外部解や内部解(TOV 方程式を含む)、Reissner - Nordstrom 解(R-N 解)、Kotter 解、Vaidya 的な解、Kerr 解等が導出できる。なお $u_{\mu\nu}$ はエネルギー・運動量 tensor の成分である。

$$ds^2 = (1 + \phi_{00})^{-1} c^2 dt^2 + (1 + \phi_{ii})(dx_i)^2 + 2\phi_{\mu j} dx^\mu dx^j \quad (\mu=0\sim 3, i,j=1\sim 3, i \neq j)$$

$$\phi_{\mu\nu} = \frac{8\pi G(1 + \delta_{\mu\nu})}{c^4} \left(u_{\mu\nu} + \frac{1}{2} r \frac{\partial u_{\mu\nu}}{\partial r} \right) \quad (G: \text{万有引力定数}, \mu, \nu=0\sim 3)$$

さらに時空変換関数 $\Psi_{\mu\nu} \equiv [\exp\{\exp(\delta_{\mu\nu})\}]^{\wedge} \exp\sqrt{\phi_{\mu\mu}\phi_{\nu\nu}}$ を定義する。すると例えば重力場と静電場の scalar potential を ϕ_{00}^G, ϕ_{00}^E として、 $\Psi_{00} = [\exp\{\exp(1 + \phi_{00}^G)\}]^{\wedge} \exp(i\phi_{00}^E)$ のように書けば、R-N 解(静電場が作る時空の歪みを表す解)と運動方程式が導かれ Einstein が目指した統一場理論を容易に実現することができる。

この統一場理論を使って、Rutherford 散乱や Compton 散乱(Klein-仁科の公式)、電子・陽電子散乱などの散乱断面積の計算ができ、量子電磁気学(QED)と同じ結果になる。また Lamb shift や電子の異常磁気 moment も発散せずに実験結果を得る。発散の困難を持つ QED より優位性がある。

3. 三電子対生成(質量の起源)

三電子生成とは電子の Coulomb 場内で電子対生成が生じ、対生成が生じた電子もはねとばされて電子が 3 個飛び出す現象である。そこで、静止している電子に γ 線が近づく場合を統一場理論で考える。まず Coulomb 場の potential energy を $U_\gamma(r)$, 電子の電荷の大きさと Coulomb 場の scalar potential をそれぞれ e, ϕ_e と書けば、 $U_\gamma(r) = -e\phi_e$ である。すると Einstein の質量殻

公式は $2|U_{\gamma}(r)|m_e c^2 = E^2 - p^2$ になる。ただし m_e , c , E はそれぞれ電子の質量、光速、電子の全 energy である。ここで、 γ 線が古典電子半径 r_e の 2 倍の距離になると、電子の作る重力場と R-N 解が作る斥力の重力が打ち消されて擬似的に Minkowski 時空になる。ここで古典電子半径を r_e とすると、 $|U_{\gamma}(r_e/2)| = mc^2$ となり、 $2m^2c^4 = E^2 - p^2$ が得られる。この式は 2 個の質量 m の物体が生成することを示している。そして、 $U_{\gamma}(r)$ が負であるので互いの電荷が反対で、質量は電子と同じなので、電子と陽電子が生成されたことを意味している。

4. 一般相対論的 Bohr 模型と重陽子の半径及び中間子の質量

Bohr 模型は電子が核の周囲で特定の軌道を周回する事で水素の光スペクトルを説明した。しかし、電子の周回運動による電磁波の放出の問題があって、正確な模型でないと言われていた。この Bohr 模型を波動場の概念で見直し、Bohr 軌道上で定常波を作ると考えれば、近似的表現として成立するものと捉えることが可能である。軌道半径 r_n と energy 準位 E_n を微細構造定数 α_f で表すと、次式で表せる。

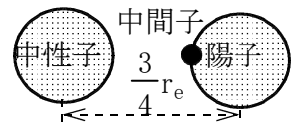
$$r_n = \frac{n^2}{\alpha_f} \frac{\hbar}{m_e c}, \quad E_n = -\frac{\alpha_f^2}{2n^2} m_e c^2$$

\hbar : $h / 2\pi$, h は Planck 定数
 m_e : 電子の質量, α_f : 微細構造定数 (1/137)
 c : 光速, $n=1,2,\dots$

これを一般相対論的に拡張すると $n=0$ の準位が現れ、その軌道半径は古典電子半径 r_e の 1/2 なので $E_0 = -m_e c^2$ となって、相対論的な全 energy がゼロになる。さらに負 energy 解を許すと、軌道半径 $r_e/4$ の準位が存在する。これを陽子の半径と解釈する。この半径の大きさは 0.705fm であり、CODATA 推奨値は 0.87fm なので、やや小さい値になる。

この解釈を元に重陽子の半径を求める。

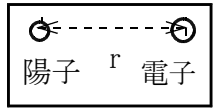
陽子の半径は $r_e/4$ 程度としたが、同様に中性子の半径も $r_e/4$ 程度で考える。この位置は負 energy 準位なので、次の順位の $r_e/2$ の距離に中間子が存在する事になる。つまり $r_e/4$ はちょうど芯に対応している。ここで、中性子は単独で約 15 分で崩壊するので、中性子の中心から $r_e/2$ 離れた付近に中間子が生成すると考えることができる。この描像で中間子の質量を Bohr 模型で求めると、139MeV になり、実測値が 140MeV 程度なので、ほぼ一致する。また、重陽子の半径は $2.12E-15m$ となり、R. Pohl らが算出した値は ("Laser spectroscopy of muonic deuterium" Journal of the Physical Society of Japan) $2.13E-15 m$ なのでこれもほぼ一致する。



5. 中性子の β 崩壊と核子(陽子及び中性子)の質量

中性子は約 15 分で β 崩壊を起こして陽子になる。これについて中性子の構造は陽子が中心にあって、軌道半径 $r_e/2$ で電子が周回していると考えられる。すると 4 次元線素の式は次式で表せる。

$$ds^2 = \left\{ 1 - \frac{2G}{c^4 r} \left(m_p c^2 - \frac{e^2}{8\pi \epsilon_0 r} \right) \right\}^{-1} c^2 dt^2 - \left\{ 1 - \frac{2G}{c^4 r} \left(m_p c^2 - \frac{e^2}{8\pi \epsilon_0 r} \right) \right\} dr^2$$



ここで、 m_p , ϵ_0 , G , e , c はそれぞれ陽子の質量、真空の誘電率、万有引力定数、電子の電荷、光速である。

電子にかかる力については、重力と静電場が引力であるので、和がとれて周回運動する電子の遠心力と釣り合っているとできる。しかし、軌道半径 $r_e/2$ では電子が存在できない。そのため、静電場の項 (R-N potential energy) は斥力によって電子を押し出して β^- 線になる。そこで、この電子が Bohr 半径まで達する時間 t を上式から力学的 energy 保存則の式を作り、さらに統一場理論を使えば次式が得られる。これに数値を代入すると約 15 分と、実際の崩壊時間とかなり一致する。

$$t = \sqrt{1 + 2|U_{\beta}(r)| / m_e c^2} \tau$$

τ : Bohr 軌道上の固有時, $U_{\beta}(r)$: 電子の静電 potential energy

6. 核子(陽子及び中性子)の質量と中性子の β 崩壊及びニュートリノの質量

陽子の質量は陽子の構造を中心に陽電子があつて軌道半径 $r_e/4$ に中間子 π^0 がある模型を考えると、R-N potential energy から、陽子の質量が $1.63E-27kg$ になり、実際の値が $1.67E-27kg$ とほぼ一致する。中性子の質量は軌道半径 $r_e/2$ の電子を中間子 π^- に変えてその追加分の energy を質量換算して、陽子の質量に加えると $1.22E-29kg$ になる。実際の値は $2.31E-30kg$ なので、ややずれる。そこで $r_e/2$ を人為的に少しずらして、 $0.511621 \times r_e$ にすればほぼ一致する。ずれの割合は 2.23% である。これを β 崩壊の結果に当てはめると、884 秒になり測定値とほぼ一致する。また、ニュートリノの質量も求めることができ、 $2.18E-03eV$ が得られる。このように統一場理論と波動場の量子力学だけで素粒子論の基本を説明できることが分かる。