

# 部分構造論理間の埋め込み定理の相意味論的証明

田中大海 (Hiromi Tanaka)

慶應義塾大学

相意味論 (phase semantics) は [1] で導入された線形論理の証明可能性を取り扱うための代数的意味論である。Kanovich-岡田-照井 [3] は、直観主義線形論理 **ILL** と古典線形論理 **LL** の相意味論的な関係として、任意の直観主義相空間 (intuitionistic phase space) は、準古典相空間 (quasi-classical phase space) と古典相空間 (classical phase space) の部分空間になっている (つまり任意の相空間は三層構造を伴う) という結果を示した。これを相空間の三層表現定理 (three-layered representation theorem) という。ここで、準古典相空間は古典相空間によく似た性質を持つ直観主義相空間を指す。彼らは三層表現定理の系として、次の二つを得た：

1. **ILL** から **LL** への埋め込み定理
2. 準古典相モデルに対する **ILL** の完全性

本発表では、三層表現定理を用いることで線形論理以外のいくつかの部分構造論理 (substructural logic) に対して、上記二つに対応する結果が得られることを示す。具体的には、**ILL** に無制限の弱化規則の使用を認めた体系 (**ILLW**) と、**ILL** に無制限の縮約規則の使用を認めた体系 (**ILLC**) の二つに着目する。通常、**ILLW** と **ILLC** に対応する相空間はそれぞれ、intuitionistic affine phase space と intuitionistic contractive phase space と考えられる (cf. [4]) が、三層表現定理によって容易に次を得る：

1. **ILLW** は quasi-classical affine phase model に対して健全かつ完全である。
2. **ILLC** は quasi-classical contractive phase model に対して健全かつ完全である。

これら二つはオリジナルの三層表現定理の系の二つ目に対応する。

また、**ILLW** と **ILLC** に対して三層構造を伴ったカノニカルモデルを構成することにより、**ILLW** から **LL** および **ILL** への埋め込み定理と、**ILLC** からその involutive な体系 (**LLC**) への埋め込み定理をそれぞれ得る。同様の方法により、**ILLW** の乗法・加法的断片から **LL** および **ILL** の乗法・加法的断片への埋め込み定理と、**ILLC** の乗法・

加法的断片から **LLC** の乗法・加法的断片への埋め込み定理を得ることもできる。

さらに、これらの埋め込み定理で用いられている論理式の変換規則はすべて、直観主義論理から様相論理 **S4** への埋め込みに用いられる Gödel 翻訳 [2] に非常によく似ていることが分かっている。発表ではこの点について多少の考察を加える。

## 参考文献

- [1] J.-Y. Girard. Linear logic. *Theoretical Computer Science*, 50: 1–102, 1987.
- [2] K. Gödel. Eine Interpretation des intuitionistischen Aussagenkalküls. *Ergebnisse eines mathematischen Kolloquiums* 4: 39–40, 1933. English translation in S. Feferman (Ed.), *Collected Works of Kurt Gödel, Vol. I: Publications 1929–1936*, pp. 301–302. Oxford University Press, 1986.
- [3] M. Kanovich, M. Okada, and K. Terui. Intuitionistic phase semantics is almost classical. *Mathematical Structures in Computer Science*, 16(1): 67–86, 2006.
- [4] M. Okada and K. Terui. The finite model property for various fragments of intuitionistic linear logic. *Journal of Symbolic Logic*, 64(2): 790–802, 1999.