Leśniewski 存在論の単一公理の分解

薹谷　敏晴

東京工業大学（名誉教授）

1　Leśniewski が 1920 年に発見し、「存在論 ontologia」と名付けた体系（以下 LO と略記）は、その単一公理として

AO　$[abc](a\varepsilon b \equiv [\exists c](c\varepsilon a) \wedge [xy](x\varepsilon a \wedge y\varepsilon a\ x\varepsilon y) \wedge [x](x\varepsilon a \supset x\varepsilon b))$

をもっている。

2　AO の最大の欠点は、その直観的意図の把握が非常に困難である、という点にある。そこで本発表では AO と論理的に等値となり、直観的に把握が容易である体系を考察することにする。考察は「外延性の公理」がない場合と、それがある場合に亘る。

3　ここで式 $a\varepsilon b$ の意味を次のように設定しよう:

$\ulcorner a\varepsilon b\urcorner$ is true iff a is an individual object and every a is b

これより

$\ulcorner a\varepsilon a\urcorner$ is true iff a is an individual object

ここでメタ公理として

every a is a

を仮定した。

4　必要な定義を与える。

D1　$[a](ex(a) \equiv [\exists c](c\varepsilon a))$　(a exist.)

D2　$[a](sol(a) \equiv [xy](x\varepsilon a \wedge y\varepsilon a \supset x\varepsilon y))$　(there is at most one a. Cf. TD2)

D3　$[a](ob(a) \equiv ex(a) \wedge sol(a))$　(a is an individual object iff a exists and there is at most one a)

D4　$[ab](a \subset b \equiv [x](x\varepsilon a \supset x\varepsilon b))$　(every a is b)

D5　$[ab](a \circ b \equiv (a \subset b \wedge b \subset a))$　(a and b are coextensional)

D6　$[ab](a = b \equiv (a\varepsilon b \wedge b\varepsilon a))$　(a is the same as b)

TD2　$[a](sol(a) \equiv [xy](x\varepsilon a \wedge y\varepsilon a \supset x = y))$

TAO　$[ab](a\varepsilon b \equiv ex(a) \wedge sol(a) \wedge a \subset b)$

5　次の式 **A1, A2, A3** からなる体系を **A** とする。

A1　$[ab](a\varepsilon b \supset a\varepsilon a)$

A2　$[ab](a\varepsilon b \wedge b\varepsilon c \supset b\varepsilon a)$

A3　$[ab](a\varepsilon b \wedge b\varepsilon c \supset a\varepsilon c)$

6　すると **A** では次の諸式が等値であることが証明される。

WO1　$[ab](a \circ b \supset (a\varepsilon c \equiv b\varepsilon c))$

WO2 $[ab](a \circ b \supset (a\varepsilon a \supset b\varepsilon b))$
WO3 $[a](a\varepsilon a \equiv (ex(a) \wedge sol(a))\ (\equiv ob(a)))$

7 これより、次の諸体系が論理的に等値であることが導かれる:

S1=⟨A1, A2, A3, WO1⟩
S2=⟨A1, A2, A3, WO2⟩
S3=⟨A1, A2, A3, WO3⟩

8 S3 と LO が等値であることは、（比較的）容易に証明できる。
9 また、

L $[abc](a = b \supset (a\varepsilon c \equiv b\varepsilon c))$ (‘L’ for ‘Leibniz’)

とすると、次が成立する:

L1 $A2 \wedge L \supset A3$
L2 $A3 \supset L$
L3 $A2 \supset (A3 \equiv L)$

10 これより、次の諸体系が論理的に等値であることが導かれる:

S4=⟨A1, A2, L, WO1⟩
S5=⟨A1, A2, L, WO2⟩
S6=⟨A1, A2, L, WO3⟩

11 定理 7 と 9 より LO の公理系として S1-S6 のどれでも取ることができる。

12 例えば S5 を等値変形すると次を得る:
(**A1**) $[a]([\exists b](a\varepsilon b) \equiv a\varepsilon a)$
(**A1°**) $[a]([\exists b](a\varepsilon b) \equiv a = a))$ (a has a property iff a exists, or a is *nihil* iff a has no properties)
(**A2**) $[ab]((a\varepsilon b \wedge b = b) \supset a = b)$
L $[ab](a = b \supset (a\varepsilon c \equiv b\varepsilon c))$
WO2 $[ab](a \circ b \supset (a\varepsilon a \equiv b\varepsilon b))$ (if a and b are coextentional then (a is an individual object iff b is an individual object))
この体系 ($S5°$) は直観的に理解可能な、**LO** と等値な体系である。
13 Leśniewski たち (Sobocinski, Tarski) は **LO** に次の「外延性の公理」を付け加えた:
AE $[ab\phi](a \circ b \supset (\phi(a) \equiv \phi(b)))$
AE で増強された $S4(S4°)$ を考える。
$S4° \vdash AE \supset WO1$
は明らかであるから、

$S4° = \langle A1, A2, A3, AE\rangle$

という、きわめて簡素な体系となる。