

ハイゼンベルクの不確定性原理の成立・破綻・新生

小澤 正直

名古屋大学大学院情報学研究科

現代物理学の根本原理の1つである不確定性原理は、1927年ハイゼンベルクによって提唱され、「ラプラスの悪魔」にたとえられるニュートン力学の決定論的世界観を覆したことで、文化的、社会的にも大きな影響を与えた。しかし、その内容に関しては、長い間、大きな疑問が残されてきた。実際、教科書等で行なわれる不確定性原理の説明には、混乱があるとよく指摘される。つまり、「不確定性原理」とは、ガンマ線顕微鏡を用いた有名な思考実験を基に、電子のような粒子の位置と運動量の両者を同時に正確に測定し、決定することができないことであると説明し、次に両者の「測定の不正確さ（測定誤差）」の積はプランク定数に比例する一定値より小さくなり得ないと言う「不確定性関係」と呼ばれる不等式が数学的に導かれる。しかし、実際に導かれる不等式は、位置と運動量の「ゆらぎ」の関係であって、「測定誤差」の関係が導かれた訳ではないという疑問が残されてきた。不確定性原理のような根本原理がこのように曖昧な説明で教えられてきたということは信じ難いことであるが、量子力学の基礎には、未だに解明されていない問題があり、いくつかの不整合を不問にしたまま発展してきたのだということも大方の物理学者の見方であろう。

ところで、不確定性原理を巡るこのような混乱も、ここ10年ほどの研究の大きな進展によって収束しつつある。本講演は、このような研究の進展で明らかになった不確定性原理の新しい姿について解説することを目的としている。

量子力学は、振動子のエネルギーが飛び飛びの値しかとらないと言うプランクの「量子仮説」を体系的に導く物理理論として、1925年にハイゼンベルクによって発見された。ボルン、ヨルダンとともにまとめられた初期の数学的形式では、量子力学において粒子の「位置」と「運動量」は $PQ-QP=h/(2\pi i)$ という「正準交換関係」を満たす無限次行列 Q と P で表わされるとされ (h はプランク定数を表わす)、また、一般に無限行列で表わされる物理量のとりうる値はその固有値であるとされた。すると、これらの仮説の下で振動子のエネルギー $H=P^2/(2m) + m\omega^2 Q^2/2$ の固有値は、プランクの「量子仮説」で仮定された飛び飛びの値しかとらないことが証明された。

ハイゼンベルクは、この正準交換関係の直観的意味を問い、そこから「位置」と「運動量」が同時測定可能ではないことを見出した。ハイゼンベルクは、直接観測可能な量だけを用いて量子力学を構築することを目指し、そのため、軌道という概念が不可能であることを理論の前提としていたが、1926年春にアインシュタインに何が観測可能かは理論の前提ではなく、理論の帰結として示されなければならないと批判されたことが、正準交換関係の直観的意味を同時測定不可能性に結びつける動機になったと伝えられている。

ハイゼンベルクは1927年の冬に、今日では最小不確定波束と呼ばれるガウス型の波動関数においては、位置のゆらぎ ΔQ と運動量のゆらぎ ΔP の積が一定値であるこ

とを発見した。ハイゼンベルクは、このことから、位置と運動量を同時に測定した場合に、測定の直後には位置のゆらぎ ΔQ と運動量のゆらぎ ΔP の積がこの関係を満たさなければならないとし、そのためには、位置と運動量の同時測定におけるそれぞれの測定誤差もこの関係を満たさなければならないと結論した。

このゆらぎの関係から測定誤差の関係を導く論証において、ハイゼンベルクは、今日では、一般には認められていない仮説を用いたと考えられる。それは、「反復可能性仮説」と呼ばれ、ディラックやフォン・ノイマンの著書やシュレディンガーのサーベイ論文にとりあげられ、当時は、当然のように扱われていた。ハイゼンベルクは、それを定量的に一般化し、誤差 ε で測定を行なった直後の状態では、ゆらぎが ε 程度に抑えられるとしている。

ハイゼンベルクの不確定性関係の正当性は、当初、思考実験でのみ議論されてきたが、1980年代になると実現可能な実験を前提に議論されるようになった。その最も顕著な例が、重力波の検出限界を巡る論争である。当時、重力波の検出に対して、干渉計型と共振器型の2種の検出方法が優劣を競っていたが、1970年代後半から1980年に掛けて、ブラジンスキー、ソーン、ケーブス等は、ハイゼンベルクの不確定性原理に基づいて、干渉計型の検出方法には標準量子限界と呼ばれる不確定性原理に由来する検出限界があるが、共振器型の検出方法には、それを避ける量子非破壊測定法という方法があり、そのような検出限界がないと主張して、共振器型の優位性を唱えた。しかし、1983年になるとユエンによって反論がなされ、収縮状態測定と呼ばれる、標準量子限界を打破する測定法の提案がなされた。1985年にはケーブスによって標準量子限界のより精密な定式化が与えられ、収縮状態測定の実現可能性は疑問視されたが、1988年に収縮状態測定の実現可能なモデルが構築されたため、標準量子限界の存在が正しくないことが示され、また、不確定性関係が成立しない例が明らかになった。

このような論争の背後には、1970年代から1980年代に掛けての量子測定理論の進歩があった。1970年にデーヴィスとルイスは、より柔軟で一般的な量子測定理論を構築するために「反復可能性仮説」を破棄することを提唱して、一般の量子測定を記述できる数学的枠組みとして「インストルメント理論」を提案した。1986年の講演でユエンは、インストルメントの概念は、実現可能な測定より一般的すぎると批判し、物理的に測定可能な量子測定を数学的に特徴付ける問題を提唱した。この問題は、実は、1984年に既に解決済みであったが、この講演によって量子測定理論の最先端の成果が標準量子限界を巡る論争の解決に結びつき、また、ハイゼンベルクの不確定性関係が成立しない測定モデルを導いた。

その後、この新しい量子測定理論の下でどの測定に対しても成立する同時測定の限界の研究が進められ、2003年に同時測定の誤差の限界を普遍的に表わす関係式が発表された。2012年にはその関係式の実験的検証に成功したことが報告され、従来の不確定性関係に替わる同時測定の新しい限界が広く認められるに至った。

このように、ハイゼンベルクの不確定性原理を巡る「ゆらぎ」と「測定誤差」の間の混乱は、「反復可能性仮説」という一般には成立しない仮説から導かれたと結論される。「反復可能性仮説」を破棄した新しい量子測定理論によって、普遍的に成立する不確定性関係が導かれ、今後、測定や物理的実在に関する理解の深化や、精密測定技術や量子情報技術における新たな発展が期待される。