名前概念への要請を明晰化すること

ー名前論理学(Calculus of Names)と確定記述

田村高幸

千葉大学大学院社会科学研究院

今回の発表は、論理学概念の明晰化の一環であり、名前概念明晰化を基礎に据える名前論理学の観点からFregeによる一般名の述語化要請の明晰化と見做せる後述のFA1及びRussellによる記述理論要請の明晰化と見做せる後述のRA2を用い、等号付き述語論理を拡張することで自然とLeśniewskiのCalculus of Names と言われる名前論理学の体系(Cf. SŁUPECKI(1955))が導かれることを示したWARAGAI(1990)の結果について以下の手順に従った解説を与えることにより、Calculus of Names及びその拡張が「名前概念への要請を明晰化すること」のための論理学として、如何に見通し良く重要であるかを示すものである。なお、時間が許せばこの明晰化の方法によって今回基盤とした等号付き述語論理も明晰化できる(2017年3月31日千葉大学大学院研究プロジェクト第5回研究会—「「要請」の明晰化による論理学の見直し」の基調講演でこの主旨のことを述べた)ことも併せて述べたいと考えている。

① Russellの記述理論では定義の際に等号を用いており、その明晰化のために一般名も取り扱えるようにするため、等号公理より反射性を除いた対称性、推移性、Leibniz則を持つ等号$=_o$のRussellの記述理論を考慮した特徴付けを行うと、次のようになる：

EA01) $[\forall a\forall b](((a=_o b)\equiv(([\exists x](x=_o a))\wedge([\forall x\forall y](((x=_o b)\wedge(y=_o b))\rightarrow(x=_o y)))$
$\wedge([\forall x]((x=_o a)\rightarrow(x=_o b))))$

EA02) $[\forall a\forall b\forall\varphi]((a=_o b)\rightarrow(\varphi(a)\equiv\varphi(b)))$

を得る。EA01)でbをaとすると次を得る：

T0) $[\forall a](((a=_o a)\equiv(([\exists x](x=_o a))\wedge([\forall x\forall y](((x=_o a)\wedge(y=_o a))\rightarrow(x=_o y)))$

T0は、$(a=_o a)$が「aの単称存在性」の面を持つことを明晰化している。

② ラッセルの記述理論の形は次のようになっている：

R0)　述語φを満たす唯一のものが述語ψを満たす　$\psi(\ \text{℩}x\varphi x\ )$

今回の分析ではこれを“唯一の「φをみたすもの」が「ψを満たすもの」である”として分析を行う。そのため、「φを満たすもの」や「ψを満たすもの」という名前が論理にあるとよいので、「φを満たすもの」をtrm⟨φ⟩、「ψを満たすもの」をtrm⟨ψ⟩という名前を導入する。 そして単称命題 $\psi(\ \text{℩}x\varphi x\ )$ を、trm⟨φ⟩とtrm⟨ψ⟩と名前間を繋げるεを用いて、trm⟨φ⟩εtrm⟨ψ⟩と表現する。この表現の使用を確定するために、R0)を「あるxがφを唯一満たし、ψも満たす」と言い換える：

R1) $[\exists x](\varphi(x)\wedge[\forall y](\varphi(y)\rightarrow(y=_o x))\wedge\psi(y))$

さらに、「あるxがφを満たし、すべてのx、yについてxもyもφを満たせばx=yであり、すべてのxについて、xがφを満たせばψも満たす」と言い換える：

R2) $([\exists x]\varphi(x))\wedge([\forall x\forall y]((\varphi(x)\wedge\varphi(y))\rightarrow(x=_o y)))\wedge([\forall x](\varphi(x)\rightarrow\psi(x)))$

そこで、確定記述の表現する公理として、

RA1）［∀ϕ∀ϕ］((trm<φ>εtrm<ψ>)≡([∃x](φ(x)∧[∀y](φ(y)→(y$=_{o}$x)))))
∧ψ(y)))

RA2）［∀ϕ∀ϕ］((trm<φ>εtrm<ψ>)≡(([∃x]φ(x))
∧([∀x∀y]((φ(x)∧φ(y))→(x$=_{o}$y)))
∧([∀x](φ(x)→ψ(x)))))

を採用することにする（RA1とRA2は同値性が証明できるので以下、RA2を使用する）。

③ Frege-Russellの体系では、一般の名前aの働きを「aである」という述語(ここでは先のεを″である″とする）を生成する働きと同じであると見做しており、ここで、「aが名前である」とtrm<φ>という名前(の場所)に「φという述語の働きを格納している」とするポインタの働きを見てとり、この要請を論理システムに反映させる：

述語″aである″（ε'a'）：［∀x]((ε'a')(x)≡(xεa))

aとtrm<ε'a'>を同じと見做すとはこれらがLeibniz則後件部分を満たすことなので、

FA1）[∀a∀φ](φ(a)≡φ(trm<ε'a'>))

T0と後述のT5の比較より(a$=_{o}$a)が(aεa)と単称存在性の観点から同じ働きをしていると見做せるので次を要請する：　FA2）[∀a]((a$=_{o}$a)≡(aεa))

④（aεb)の特徴付けを行う：

イ）「ε'a'」の定義とFA1より：

T1）[∀a∀b]((aεb)≡(aεtrm<ε'b'>))　T2）[∀a∀b]((aεb)≡(trm<ε'a'>εb))

T3）[∀a∀b]((aεb)≡(trm<ε'a'>εtrm<ε'b'>))

ロ）RA2とT3より、$=_{o}$を含んだ(aεb)の特徴付け及びεについての推移性を得る：

T4)[∀a∀b]((aεb)≡(([∃x](xεa))∧([∀x∀y](((xεa)∧(yεa))→(x$=_{o}$y)))
∧([∀x]((xεa)→(xεb))))

<u>T5)[∀a]((aεa)≡(([∃x](xεa))∧([∀x∀y](((xεa)∧(yεa))→(x$=_{o}$y)))</u>

<u>TTR)[∀a∀b∀c](((aεb)∧(bεc))→(aεc))</u>

ハ）RA2でφをε'a'としたもの、T2、T5、TTRよりいわゆる分出公理を得る：

<u>TS)[∀ψ∀a]((aεtrm<ψ>)≡((aεa)∧ψ(a)))</u>

二）TTR、TS、FA2より$=_{o}$のεによる特徴付けを得る：

<u>TOI)[∀a∀b]((a$=_{o}$b)≡((aεb)∧(bεa))</u>

ホ）T4、TOIよりLeśniewski's Ontology(Calculus of Names)の公理としての(aεb)の特徴付けを得る：

<u>TLO)[∀a∀b]((aεb)≡(([∃x](xεa))∧([∀x∀y](((xεa)∧(yεa))→(xεy)))
∧([∀x]((xεa)→(xεb))))</u>

参考文献

SŁUPECKI, J. (1955): S. Leśniewski's Calculus of Names, in Studia Logica, **3**, 7-72, in Srzednicki, J. T. J. & Rickey, V. F. (eds.)(1984): Leśniewski's Systems: Ontology and Mereology, Martinus Nijhoff Publishers, 59-122.

WARAGAI, T. (1990), Ontology as a natural extension of predicate calculus with identity equipped with description, in Annals of the Japan Association for Philosophy of Science **7** (5), 23-40.