「万物の種子」

-その動力学的構造の数学的解明-

清水 哲男（Tetsuo Shimizu）

「万物の種子(panspermia)」とは，プラトン『ティマイオス -自然について-』に，自然の万物を運動せしめる「原動力(デュナミス，δ υ ν α μ ι ς>dynamics)」として語られる古代的神話的存在である．現代物理学では，この自然すなわち「空間(Space)・時間(Time)・物質(Matter)システム」は，「ビッグ・バン」に始まり，それが急激な「インフレーション」によって成長してきた，つまり「自発的に進化してきた」とされる．この自然は「自己創成的(auto-poetic)」でなければならず，その原動力は，この時空-物質システムの究極の要素において現に存在していなければならない．現代物理学は活物の根源としての「万物の種子」の存在を，否定するどころか，今や必要とさえしている．その一方で，未だに支配的な古典力学的自然描像においては，この時空-物質システムの究極の構成要素とされているものは，その内部を全くもたないがしかし質量や荷電をもつとされる幾何学的「点」の観念である．多くのパラドックスの源泉である質点の「観念(idea)」を，何によって置き換えることができるのだろうか.

「基本ディラック対(fundamental Dirac pair)」の「概念(concept)」は，この要請に応えるものである．基本ディラック対とは，「共変/反変微分演算子の一対(one pair of covariant /contravariant differential operator）」であり，その「代数システム(algebra,「環」)」としての構造は，その「反対称/対称交換子積(anti-symmetric/symmetric commutation product)」によって定義される．反対称交換子積は量子力学的交換関係を満たしており，量子論的「作用素(elementary action)」に対応する．対称交換子積は「計数演算子(counter operator)」として機能しているが，更に，基本ディラック対に対して「鏡映演算子(reflection operator)」としても機能しており，基本ディラック対を運動せしめ，その「原動力(dynamics)」として機能していることが判明する．

基本ディラック対は，古典力学的実体とされ自己矛盾的な存在である質「点」に代わる，日常的にはその拡がりを無視できるほどの微小な量子力学的実体としての「素領域(elemental domain)」であるから，運動するためには，「一つの全体(a whole)」として，他の素領域に変換され接続されなければならない．それを行うことができるのは，「アフィン接続(affine connection)」あるいは「平行接続(parallel connection)」の概念である．この特殊例が「ディラック変換(Dirac transformation)」であり，さらに一般化したものが「ゲージ変換(gauge transformation)」である．それは「反対称交換子積(=「作用素』)を保存するアフィン変換」であり，その変換のもとでは「ディラック対の代数システム(algebra,「環」)としての基本的構造」が不変なのである．この代数システムの内部的内鏡映変換演算子によって生成されるところのアフィン変換こそが，物理学でいう「ゲージ変換」（作用積分を不変に保つ変換）を作り出している当のものではないか，と考え，それを「ゲージ変換」と呼ぶ.

以上を整理すると，基本ディラック対とそのゲージ変換とは，

$$
\begin{cases}
P_x \triangleq \begin{pmatrix} \partial_x \\ d_x \end{pmatrix}, \\
\begin{pmatrix} A_x \\ S_x \end{pmatrix} \triangleq \begin{pmatrix} \left[\partial_x, d_x\right]/2 \\ \left\{\partial_x, d_x\right\}/2 \end{pmatrix}, \\
S_x \odot_A P_x \triangleq \begin{pmatrix} \left[\partial_x, S_x\right] \\ \left[S_x, d_x\right] \end{pmatrix} \\
\equiv A_x \odot P_x \triangleq \begin{pmatrix} \left\{A_x, \partial_x\right\} \\ \left\{A_x, d_x\right\} \end{pmatrix} \\
= \begin{pmatrix} \partial_x \\ d_x \end{pmatrix} \triangleq P_x,
\end{cases}
\xrightarrow[G \triangleq \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix}]{}
\begin{cases}
P'_x \triangleq \begin{pmatrix} \partial'_x \\ d'_x \end{pmatrix} = G \cdot P_x = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \partial_x \\ d_x \end{pmatrix}, \\
\begin{pmatrix} A'_x \\ S'_x \end{pmatrix} \triangleq \begin{pmatrix} \left[\partial'_x, d'_x\right]/2 \\ \left\{\partial'_x, d'_x\right\}/2 \end{pmatrix} \\
= \begin{pmatrix} \det G \left[\partial_x, d_x\right]/2 \\ \alpha\gamma {\partial_x}^2 + \left(\alpha\delta + \beta\gamma\right) S_x + \beta\delta {d_x}^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_x \\ * \end{pmatrix}, \\
S'_x \odot_A P'_x \triangleq \begin{pmatrix} \left[\partial'_x, S'_x\right] \\ \left[S'_x, d'_x\right] \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \left\{A'_x, \partial'_x\right\} \\ \left\{A'_x, d'_x\right\} \end{pmatrix} \\
= \begin{pmatrix} \left\{A_x, \partial'_x\right\} \\ \left\{A_x, d'_x\right\} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \partial'_x \\ d'_x \end{pmatrix} \triangleq P'_x,
\end{cases}
$$

$$
\Leftrightarrow \det G = \left(\alpha\delta - \beta\gamma\right) = 1 \Leftrightarrow G \in SL\left(2, \mathbb{C}\right),
$$

によって定義できる．また，2 つの，ゲージ変換G_A, G_B，を受けた基本ディラック対たちの相互作用を，

$$
\begin{cases}
P'_x \triangleq G_A \cdot P_x \\
P''_x \triangleq G_B \cdot P_x
\end{cases}
\oplus \Rightarrow
\begin{cases}
S'_x \odot_A P''_x = {G_B}^{-1 \cdot d} {G_A}^{d} G_A \cdot P_x \triangleq P'''_x, \\
S''_x \odot_A P'_x = {G_A}^{-1 \cdot d} {G_B}^{d} G_B \cdot P_x \triangleq {}^{\backprime}P_x,
\end{cases}
$$

と計算することができる．「ゲージ変換」は，「基本ディラック対」を「自己の本質的構造を定義する『作用素量』を全く変えずに，その他の基本ディラック対に対してはそれを動的に変容させる」ことができる．さらに，基本ディラック対たちは，ゲージ変換を受けることによって新しい基本ディラック対たちを「創り出す」ことができるのである．さらに，この「ゲージ変換」は，

$$
{}^{l}G \triangleq \begin{pmatrix} l & 0 \\ 0 & 1/l \end{pmatrix}, {}^{l}G\,{}^{l'}G = {}^{ll'}G,
$$

$$
T \triangleq \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, {}^{\iota}T \triangleq \begin{pmatrix} 0 & \iota \\ \iota & 0 \end{pmatrix}, G_{\theta T} \triangleq \exp\left(\theta T\right), G_{\phi\,{}^{\iota}T} \triangleq \exp\left(\phi\,{}^{\iota}T\right),
$$

$$
U \triangleq \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, L \triangleq \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \iota & 0 \end{pmatrix} {}^{\iota}U \triangleq \begin{pmatrix} 0 & \iota \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, {}^{\iota}L \triangleq \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},
$$

$$
G_U \triangleq \exp\left(U\right), G_L \triangleq \exp\left(L\right), G_{{}^{\iota}U} \triangleq \exp\left({}^{\iota}U\right), G_{{}^{\iota}L} \triangleq \exp\left({}^{\iota}L\right),
$$

と，1 種のスケール変換，「実/虚」の回転運動，「実/虚」それぞれ 2 種の並進運動を創り出すことができる．しかも，この諸運動は，基本ディラック対が自ら作る鏡映演算子によって行われる．それは，基本ディラック対がゲージ変換を受けることによって，自らを動かし他をも動かすことができ，自ら回転することによって他を回転させ，新しい基本ディラック対を創成することによって自己増殖できる「活物」であることを表す．「動力学的構造＝代数システムとしての構造」であり，基本ディラック対が「万物の種子」の名に相応しい存在であることが，ここに数学的に解明できた．