

自然数概念の曖昧性について

山田 竹志

東京大学大学院総合文化研究科 博士課程

マイケル・ダメットの論文「ゲーデルの定理の哲学的意義」(1963)の中には、自然数概念そのものが内的に曖昧 (inherently vague) であるとする議論が含まれている。本発表ではこの議論を検討する。

ゲーデル-ロッサーの不完全性定理により、通常自然数論を展開でき(すなわちロビンソン算術の拡大であり)、無矛盾で、再帰的に公理化可能な理論には、その理論で証明も反証もできない文(ゲーデル文)が存在する。しかしゲーデル文の構成を見れば、ゲーデル文が真であることは「我々には分かる」。

これに対して二つの極端な態度が考えられる。すなわち一方で、ゲーデル文の真理性が「我々には分かる」という点を重視して、我々は自然数概念について確定した直観的把握を持っており、不完全性定理はこの確定した把握に対する形式的手法による特徴づけの欠陥を示すに過ぎない、とするプラトニズムがありうる。他方で、ゲーデル文の真理性が「我々には分かる」という点を重視せず、我々が確定した把握を持っていると言えるのはあくまで形式的体系によって表現される限りのものであって、不完全性定理から言えるのは、我々が「自然数」と呼ぶ一つの確定した概念があるわけではなく、様々な自然数概念があるに過ぎないということだ、とする態度がありうる。

ダメットが前掲の論文で提示した立場は、このいずれとも異なり、自然数概念そのものが曖昧性を伴う概念であるとする立場である。ダメットはこの立場を、自然数に対する一つの形式的理論による特徴づけは、別の形式的理論による特徴づけを自然に生じさせる(それゆえに内的に曖昧である)、と論じることによって擁護しようとしている。この議論は、自然数の概念のいかなる特徴づけも任意の well-defined な性質に関する帰納法の妥当性を含むこと、そして well-defined な性質の総体が無際限に拡張可能 (indefinitely extensible) であるという考えに基づく。

しかし、この無際限な拡張可能性という概念には不明確なところが残っているし、また仮にこの議論がうまくいっているとして、それがどの程度の射程を持つものなのかも検討の余地がある。本発表ではこうした点について検討したい。