

観測命題の束の非ブール性の原因

内山 智 (Satoshi Uchiyama)

北星学園大学短期大学部 (Hokusei Gakuen University Junior College)

古典物理学の観測命題の集合は、原子的なブール束をなすので、原子的観測命題が特定する物理量の値を实在の要素とみなすことで、測定以前のそれらの値をもった物理的实在像といったものを構成することが可能となる。しかし、量子力学の観測命題の集合は、一般に非ブール束をなすので、測定以前の矛盾のない实在像をどのように構成すればよいのかという問いに対する一般的な解答は見つかっていない。古典物理学の場合と同様に、原子的観測命題が特定する物理量の値が測定以前に实在の要素として存在していると解釈すると、しばしば矛盾に導かれる。また、EPR型実験の場合には、光速度を越える遠隔作用の存在という結論に導かれる。

いわゆる隠れた変数の理論とは測定以前の矛盾のない物理的实在から量子力学の観測命題の集合の構造を再現しようというものである。隠れた変数の理論における観測命題の集合が原始的ブール束となることが理由としてこの試みが一般に不可能であることを証明したという主張は、no-go定理として知られている。このような事情から、観測命題の集合のもつ構造の違いは、量子力学と古典物理学の本質的な違いの一つとすることができよう。

その他に量子力学と古典物理学との本質的な違いを挙げるとすれば、確率論としての数学的形式の違いを挙げることができる。古典物理学はコルモゴロフ確率論(/測度論的確率論)、量子力学は量子確率論(/非可換確率論)の数学的形式を持つ。両者に共通することは、「物理量 A を測定した結果が a である」確率を計算できることである。但し、コルモゴロフ確率論では物理量は可換代数を成すが、量子確率論では非可換代数を成すことも許されるので、量子確率論で計算される確率をコルモゴロフ確率論で再現することが不可能な場合がある。Dirac流の量子力学の出発点である正準交換関係は、物理量の非可換性を要請するもので、物理量が非可換代数をなすというのは、量子力学と古典物理学の本質的な相違と言ってよい。

もちろん、観測命題にそれが成立する確率を定義することになるので、観測命題の集合の構造の相違が確率論の数学的形式の相違を産むという説明がしばしばなされる。しかし、ここでは逆に、確率論の数学的形式の解釈から、観測命題の意味を解釈するという方向で考察することで、非ブール束をなす観測命題とはどのような身分のものであるかを再解釈してみたい。

一般に、非ブール束をなす観測命題の集合の部分ブール代数から2元ブール代数 $\{0, 1\}$ への準同型写像を観測命題の集合全体に拡張することができないことが、隠れた変数の理論に対するno-go定理として知られている。2元ブール代数 $\{0, 1\}$ への準同型写像は、観測命題に対する真理値の付値を与えると解釈できることが

ら、no-go 定理は観測命題のなかにはパラドクスになるものがあることを主張している。しかし、我々の経験によれば、物理量 A の測定を行えば「物理量 A を測定した結果は a である」は真か偽のどちらかであるはずで、パラドクスになるはずがない。

そこで、「物理量 A を測定した結果は a である」という観測命題の解釈として、「もし物理量 A を測定したならば、その結果は a である」という命題であるとしてみよう。量子力学の観測命題は、条件付けられた系に関するものであるとしてみるのである。そうすれば、どの物理量を測定するか決め、測定した後とその前では、対象の系の状態は同一ではないと考えることもできる。

この理由として、第一の可能性は、測定器と対象の系に相互作用が働くために、対象の系の状態が変化するという効果の可能性が考えられる。しかし、EPR 型の実験では、この第一の効果だけでは、測定の対象系に対する影響は光速度を超えた遠隔作用として働くという結論になってしまう。

第二の可能性は、物理量 A を測定するための測定器を準備したにもかかわらず、対象が測定にかからない場合があるというものである。現実の実験では、ミクロな対象の制御はとても難しく、多くの場合は、準備された対象のすべてについて測定結果が得られるわけではないので、この可能性は直ちには排除されない。この第二の可能性を認めると、EPR 型実験で Bell 型の不等式の破れは、局所的な隠れた変数モデルで再現可能である。

量子力学の観測命題のなす非ブール束は、「物理量 A が測定される」という前件をもつ条件法の観測命題の集合とすることで、対象となる系の統計的性質の振る舞いは条件付確率として、コルモゴロフ確率論の数学的形式によって記述できるであろう。すると、同じような仕方で準備された対象となる系のアンサンブルを確率測度 μ で表すことにし、物理量 A を測定したという条件を満たす部分アンサンブルの統計的性質を記述する確率測度を ν_A とする。 μ に ν_A を対応させる写像を κ_A と書くことにしよう。すなわち $\kappa_A(\mu) = \nu_A$ である。 κ_A は、測定器による対象の系の状態を変化させるという第一の効果だけではなく測定に失敗するという第二の効果を含めて記述が可能である。アッカルディーのカメレオンモデルもこの枠内で記述可能なモデルであり、 κ_A が局所的な動力学であるという意味で非局所性は存在しないが、量子力学と同じ統計的振る舞いを記述できる。

尚、測定器が対象系の状態を変化させるか、測定結果を生じないかという二つの効果の可能性のどちらが実際に起こっているのかを決定するには、今後の実験技術の進歩に期待するしかない。

量子力学、あるいは量子確率論のような数学的構造が成立する理由をさぐるには、これらの測定過程についての研究、すなわち本来の意味での観測の理論が研究されなければならない。しかし、測定過程の詳細に依らずに、量子確率論の数学的構造が必要とされることも要請されるようである。それを生み出す根拠として、空間回転や時間発展といった対象となる系が持つであろう対称性がある。この方向の探求の有効性を吟味するために、物理量の行列表現と対称性の要求が、如何にして Dirac の量子化を生み出すかを議論する。