

自然演繹における部分構造論理

上野 岳史

中戸川 孝治

亙理 修

酪農学園大学
食品科学科

北海道大学大学院
文学研究科

北海道自動車短大
自動車工業科第一部

本発表では、Gentzen 式の自然演繹で定式化された非可換な部分構造論理の標準化定理における標準化の実行時の証明図の変形操作について考察する。

部分構造論理とは、そのシステムの推論規則の中に構造推論規則を、一部又は全く含まない論理のことである。ここで言う構造推論規則とは G. Gentzen がシーケント計算 LK、LJ を定めたときに導入された推論規則のことで、weakening 規則、contraction 規則、exchange 規則の三種類ある。この三つのルールはそれぞれ、次のような意味を持っている。weakening 規則は、与えられた仮定から結論にいたる証明において、任意の仮定を添加しても同じ結論が証明される、という規則である。contraction 規則は、ある証明の仮定の中に同一のものが複数個ある時はそれを一つにまとめて良い、という規則である。exchange 規則は、証明の中の仮定が有る順序で並んでいるとき、隣り合った仮定同士的位置を交換することができる、という規則である。

同じ Gentzen によって導入されたシステムに自然演繹がある。この Gentzen 式の自然演繹は、証明全体の構造の中で、仮定相互の関係、及び仮定と結論の間の依存関係が木構造として明示されるシステムで、その上、各推論規則は、証明全体の構造を変換する操作として定義される。標準化定理とは、自然演繹の基本的な定理で証明可能な論理式は redex (回り道) を作ることなく証明可能であるという定理である。

Gentzen 式の自然演繹で定式化された NFL (Natural full Lambek Calculus) は、構造に関する推論規則を全く含まない非可換な部分構造論理のシステムである。これは、部分構造論理で最も基本的なシーケント計算 FL (full Lambek Calculus) と証明できる定理の集合が等しいシステムである。我々は、[2]、[5] において、NFL が FL と等しいことを示し、さらに三つの構造に関する推論規則全てを Gentzen 式の自然演繹で特徴付けた。

FL と NFL は証明できる定理の集合が等しいシステムではある。しかし、FL はカット除去定理が成立するが、NFL はそのままでは標準化定理が成り立たないと思われる。標準化実行時の変形操作を reduction というが、NFL での reduction の困難性は結合律・分配律を公理として与えることにより解消される。このことから、NFL において、標準化と結合律・分配律には関係あることが示された。

参考文献

- [1] G. Gentzen. *The collected papers of Gerhard Gentzen*, ed. by M. E. Szabo, North-Holland, 1969.
- [2] K. Nakatogawa and T. Ueno. On structural inference rules for Gentzen-style natural deduction, Part I. In *Proceedings of the Sixth Asian Logic Conference, Beijing 1996*, pp. 199 - 221, World Scientific, 1998.
- [3] H. Ono. Proof-theoretic methods in nonclassical logic – an introduction. In *Theories of Types and Proofs*, chapter 6. Mathematical Society of Japan, Tokyo, 1998.
- [4] D. Prawitz. *Natural Deduction. A Proof-Theoretical Study*. Almqvist & Wiksell, 1965.
- [5] T. Ueno, O. Watari, and K. Nakatogawa. On structural inference rules for Gentzen-style natural deduction, Part II. In *The Seventh Asian Logic Conference Book of Abstracts*, Hsi-Tou, Taiwan, June 1999.
- [6] O. Watari, K. Nakatogawa, and T. Ueno. Normalization theorems for substructural logics in Gentzen-style natural deduction, abstract of the talk at 2000 Annual Meeting of the Association for Symbolic Logic, University of Illinois at Urbana-Champaign, June 3 - 7, 2000. *The Bulletin of Symbolic Logic*, 6(3):390 - 391, Sep. 2000.