空間・時間・物質システムの起源

清水 哲男（Tetsuo Shimizu）

「基本ディラック対(fundamental Dirac pair)：P_x 」とは，微分演算子：$\partial_x\left(=d/dx\right)$ と積分演算子：$d_x\left(=dx\right)$ との一対を 2 行のベクトルとして表記したものであり，「量子論の公理」：$\left[\partial_x, d_x\right]=\left(d/dx\right)dx-dx\left(d/dx\right)=1,$ を充たすものとして定義される．つまり，

$$P_x \triangleq \begin{pmatrix}\partial_x \\ d_x\end{pmatrix}, \left[\partial_x, d_x\right]=1,$$

である．基本ディラック対には，自分自身との対称クロス積および反対称クロス積が定義できて，それらは，

$$P_x \otimes_S P_x \triangleq \left(\partial_x d_x + d_x \partial_x\right)/2 \triangleq S_x,$$
$$P_x \otimes_A P_x \triangleq \left(\partial_x d_x - d_x \partial_x\right)/2 \triangleq A_x = 1/2,$$

である．これらの演算子の基本ディラック対への作用は，

$$S_x \odot_A P_x \triangleq \begin{pmatrix}\left[\partial_x, S_x\right] \\ \left[S_x, d_x\right]\end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix}\left[\partial_x/2, d_x\right] \\ \left[\partial_x, d_x{}^2/2\right]\end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix}\left\{A_x, \partial_x\right\} \\ \left\{A_x, d_x\right\}\end{pmatrix} = P_x,$$

で与えられる．つまり，演算子：S_x は，P_x に対して恒等演算子として作用している．

基本ディラック対にはもう一種類のものがあり，それは，

$${}^{\lambda}D_x \triangleq \begin{pmatrix}\lambda d_x \\ -\partial_x/\lambda\end{pmatrix}, \left[\lambda d_x, -\partial_x/\lambda\right]=\left[\partial_x, d_x\right]=1,$$

と定義される．これもまた「量子論の公理」を充たしている．

P_x と ${}^{\lambda}D_x$ との対称クロス積は，

$$P_x \otimes_S {}^{\lambda}D_x = -\left(\partial_x/2\right)/\lambda + \lambda\left(d_x{}^2/2\right) \triangleq {}^{\lambda}H_x,$$

として得られる．これを「ハミルトニアン(Hamiltonian)」とすれば，その P_x および ${}^{\lambda}D_x$ への作用は「運動方程式(equation of motion)」とその「解(solution)」を与える．それらを明に書くと，

$$\frac{\Delta}{\Delta\tau}P_x \triangleq {}^{\lambda}H_x \odot_A P_x = \begin{pmatrix} \left[\partial_x, {}^{\lambda}H_x\right] \\ \left[{}^{\lambda}H_x, d_x\right] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda d_x \\ -\partial_x / \lambda \end{pmatrix} = {}^{\lambda}D_x,$$

$$\frac{\Delta}{\Delta\tau}{}^{\lambda}D_x \triangleq {}^{\lambda}H_x \odot_A {}^{\lambda}D_x = \begin{pmatrix} \left[\lambda d_x, {}^{\lambda}H_x\right] \\ \left[{}^{\lambda}H_x, -\partial_x / \lambda\right] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \partial_x \\ d_x \end{pmatrix} = P_x,$$

であり，それらは，P_x と ${}^{\lambda}D_x$ との間の「往復運動(oscillation)」としての「解」，「慣性質量=重力質量=バネ定数」とする「一般相対論的運動解」である．しかも，その「往・運動」は，ボソン的「引力」に，「復・運動」は，フェルミオン的「斥力」による．

また，${}^{\lambda}D_x$ のそれ自身との対称クロス積は，

$${}^{\lambda}D_x \otimes_S {}^{\lambda}D_x = \left(\left(\lambda d_x\right)\left(-\partial_x / \lambda\right) + \left(-\partial_x / \lambda\right)\left(\lambda d_x\right)\right)/2 = -S_x,$$

であり，この演算子の P_x および ${}^{\lambda}D_x$ への作用は，

$$-S_x \odot_A P_x = -P_x, -S_x \odot_A {}^{\lambda}D_x = {}^{\lambda}D_x,$$

であるから，　それは P_x と $-P_x$ とを量子論的に重ね合わせる「接続(connection)」演算子として機能しており，この「接続」によって「一次元空間」が成立し，その上を，${}^{\lambda}D_x$ が自己同一性を保ったまま，数学的には「平行移動」，物理学的には「慣性運動」する．ここでさらに，P_x を光量子が波としてもつ「長さ（＝波長）：Δx 」に，${}^{\lambda}D_x$ を光量子のもつ「速さ（光速）：c 」に対応させると，1 回の接続によって，それは，$\Delta x = c\Delta\tau$ という関係を充たした運動を行う．つまり，${}^{\lambda}D_x$ が行っている「慣性運動」とは，光量子の運動に他ならない．これらを顧みれば，「長さ」状態の基本ディラック対：P_x は，その「接続」によって「一次元空間」を生成することができ，それは「空間(Space)」の起源である．　基本ディラック対たちは，普遍的かつ一般相対論的「往復運動」を行っており，その「運動の数」を数えることによって「普遍的時間(Universal Time)」が成立し，それは「時間(Time)」の起源である．さらに，「速さ：c」状態の基本ディラック対：${}^{\lambda}D_x$ は，「長さ」状態の基本ディラック対たちの「接続」によって成立した 1 次元空間の上を「慣性運動」を行うことができる「光量子(photon)」に対応しており，それは「物質(Matter)」の起源でもある．