

## 操作とコンテクスト ―カントからウィトゲンシュタインへ―

三上温湯 (Onyu Mikami)

東京都立大学・学術振興会特別研究員(DC)

数学理論やそこに含まれる数学的諸概念は、どのようにしてその客観性・正当性を持つのか。この問題に対するカントのアプローチは、以下の 2 つの特色を併せ持っている。すなわち、カントは、(1)数学(と論理)の客観性は、それが経験的对象(経験に登場する知覚可能な対象)に適用可能であるということの説明することによって与えられると考へ、また、他方で(2)数学的对象は、経験的对象が知覚によって与えられるのと類比的に、構想力を通じて与えられるものと考へた。これによって与えられる数学的对象は、数列のような一定の構造を成していて、時間の中で展開していくような、それ自体が既に時間の中にあるような、時間性を備えたものとして考へられる。つまりカントは、数学について考へる際、経験ということに重きを置き、知覚可能な対象の場合と同様、数学的・抽象的概念についても、ある種の時間性を見出すことによって、知覚や構想力といった要素を数学の正当化の中に導入したのである。

フレーゲにおいては、対象の概念はそもそも経験によって与えられるとは考へられていない。対象とは、名によって意味されるものであって、知覚可能でないものも対象として認められうるというのが彼の基本的立場である。このように、対象一般の捉え方はカントとはかなり異なるが、数学の認識論的基礎づけ・正当化という観点から見れば、この両者の問題意識の共通性が見て取れる。つまり、フレーゲも、数学理論の経験的適用を説明することによって、数学的記号の客観的意味・数学的主張の客観的内容が与えられると考へていたのである。この問題意識に対しフレーゲは、(カントのように感性的能力を持ち込むのではなく)論理(カント的枠組みで言えば悟性)の側に豊富な内容を認め、名という言語的要素に対応するものとして単純な対象が与えられる、あるいは言及できるというアプローチをとった。手法は異なるにせよ、数学・論理があらゆる対象に当てはまる普遍的原理なので、その適用が説明されなければ数学の正当化にならないという考へ方を、フレーゲはカント以上に徹底しようとしていたと考へられる。

さらにウィトゲンシュタインにおいても、数学の適用は重要視されており、その問題意識は確かに受け継がれている。しかしウィトゲンシュタインは、対象ではなく、「技術」の側面をより重要視する。つまり、操作とそれによって描かれる計算が数学の基礎をなす本質的なアイデアであるということ強調するのである。操作とは、(要素)命題(あるいは数の)間の、一般的で形式的な関係(ウィトゲンシュタインの用語では内的関係)上の移行として論じられている。操作の入出力となる概念間の繋がり、その繋がり成り立たないことが想像できないという意味である種の自明性を持つが、操作・計算をしてみないことにはその繋がり明らかなではないという点で、トリヴィアルではない概念間の繋がり形成する動力となるものである。このような創造的操作を数

学の基礎的・根本的な要素と考え、技術の側面、つまり、数学の有効性・有用性(utility)に重きをおき、操作が先立ってそれによって数学的概念が定まると考えた点は、フレーゲと比較して、オペレーションを重視するカント的モチベーションにより近いと考えられる。

以上のようなウィトゲンシュタインの数学観は、現代の計算論におけるコンテキスト(Context)の概念、つまり、〈与えられた計算から、その部分計算を取り除いた残りの部分〉という概念を、萌芽的にであれ含んでいると考えられる。計算過程を数学の主題と考えると、ある数式が、互いに異なる 2 つの式に対して操作による結びつきを持ち、別々の計算過程を経て、同じ値へ至るという現象が重要なものとして立ち現れてくる。これは、式が、(計算に関わる)異なる構成要素に分解(decompose)可能だということに対応しており、式のある部分に焦点をあて、その部分と残りの場所(文脈)として把握することが随意に可能だということにつながる。ウィトゲンシュタインにみて取れるコンテキストのアイデアは、理念的にはフレーゲの文脈原理に則ったものであり、それに修正、あるいはさらなる展開を与えたものであると考えられる。本提題では、この点について、より詳細な説明を与える。