Ontology の公理と記述理論の等値性

藁谷 敏晴（Toshiharu Waragai）・葉山 雅（Miyabi Hayama）

東京工業大学（名誉教授）・横浜国立大学

Lesniewski の Ontology はその公理の難解さのためか、しばしば「秘教的 esoteric」と見做されている。本講演の目的は Ontology の公理は十分理解可能で自然なものであることを示すことである。それを行うに際して Russell の記述理論との比較に訴える。

Lesniewski の Ontology の公理は、次のようである。

L　$[ab](a\,\varepsilon\,b\equiv[\exists x](x\,\varepsilon\,a)\wedge[xy](x\,\varepsilon\,a\wedge y\,\varepsilon\,a\supset x\,\varepsilon\,y)\wedge[x](x\,\varepsilon\,a\supset x\,\varepsilon\,b))$

ここで‘$a\,\varepsilon\,b$’は‘a is (a) b’と読まれ、その真理条件は次のようである。

TC　‘$a\,\varepsilon\,b$’が真であるのは a が単一の対象であり、それが b であるときに限る。

Ontology では繋辞‘ε (is)’は論理的単位であり、従って通常の述語論理とは異なり一般名も論理的単位である。

Russell の記述理論の書き換え規則は、次のようである。

R　$[\Phi\Psi](\Psi((\iota x)(\Phi(x)))\equiv[\exists b]([x](\Phi(x)\equiv x=b)\wedge\Psi(b)))$

ここで

$$[\exists b]([x](\Phi(x)\equiv x=b)\wedge\Psi(b))$$

と

$$[\exists x](\Phi(x))\wedge[xy](\Phi(x)\wedge\Phi(y)\supset x=y)\wedge[x](\Phi(x)\supset\Psi(x))$$

は論理的に等値であるから、R は次に等値である。

R1　$[\Phi\Psi](\Psi((\iota x)(\Phi(x)))\equiv[\exists x](\Phi(x))\wedge[xy](\Phi(x)\wedge\Phi(y)\supset x=y)\wedge[x](\Phi(x)\supset\Psi(x)))$

従って Russell の記述理論の書き換え規則として R1 を採ることができるが、Russell は歴史的にはそうはしなかった。

ここで Principia の言語を拡張して、単称名辞に加えて空名辞、一般名辞を論理的単位として許容するようにする。すると‘$\Phi(x)$’は「x はΦであるところのものである(x is that which Φs)」と読み替えることが可能になり、その分解は「[x]は[Φであるところのもの]である」となる。Principia に現れる名辞は単称名辞に限られることを考慮に入れると、「(は) である」は上記 TC で導入された‘ε’である。ここで「Φであるところのもの」を‘$trm<\Phi>$’と表記することにすると「x はΦであるところのものである」は‘$x\,\varepsilon\,trm<\Phi>$’と表記されることになる。

こうした考察に基づいて R1 を次に書き換えることができる。

R2　$[\Phi\Psi](\Psi((\iota x)(\Phi(x)))\equiv[\exists x](x\,\varepsilon\,trm<\Phi>)\wedge[xy](x\,\varepsilon\,trm<\Phi>$
$\wedge y\,\varepsilon\,trm<\Phi>\supset x=y)\wedge[x](x\,\varepsilon\,trm<\Phi>\supset x\,\varepsilon\,trm<\Psi>))$

ここで‘$\Psi((\iota x)(\Phi(x)))$’とは「Φを満たす（唯一の）対象はΨを満たすものである」ということだから、‘$\mathrm{trm}<\Phi>\varepsilon\,\mathrm{trm}<\Psi>$’と書ける。従って次を得る。

R3　$[\Phi\Psi](\mathrm{trm}<\Phi>\varepsilon\,\mathrm{trm}<\Psi>\equiv[\exists x](x\,\varepsilon\,\mathrm{trm}<\Phi>)\wedge[xy](x\,\varepsilon\,\mathrm{trm}<\Phi>$

$\wedge y\,\varepsilon\,\mathrm{trm}<\Phi>\supset x=y)\wedge[x](x\,\varepsilon\,\mathrm{trm}<\Phi>\supset x\,\varepsilon\,\mathrm{trm}<\Psi>))$

ところで TC のもとでは‘$a=b$’は‘$a\,\varepsilon\,b\wedge b\,\varepsilon\,a$’であることが成立するから、R3 より次を得る。

R4　$[\Phi\Psi](\mathrm{trm}<\Phi>\varepsilon\,\mathrm{trm}<\Psi>\equiv[\exists x](x\,\varepsilon\,\mathrm{trm}<\Phi>)\wedge[xy](x\,\varepsilon\,\mathrm{trm}<\Phi>$

$\wedge y\,\varepsilon\,\mathrm{trm}<\Phi>\supset x\,\varepsilon\,y\wedge y\,\varepsilon\,x)\wedge[x](x\,\varepsilon\,\mathrm{trm}<\Phi>\supset x\,\varepsilon\,\mathrm{trm}<\Psi>))$

ここで x, y の対称性により、R4 より次を得る。

R5　$[\Phi\Psi](\mathrm{trm}<\Phi>\varepsilon\,\mathrm{trm}<\Psi>\equiv[\exists x](x\,\varepsilon\,\mathrm{trm}<\Phi>)\wedge[xy](x\,\varepsilon\,\mathrm{trm}<\Phi>$

$\wedge y\,\varepsilon\,\mathrm{trm}<\Phi>\supset x\,\varepsilon\,y)\wedge[x](x\,\varepsilon\,\mathrm{trm}<\Phi>\supset x\,\varepsilon\,\mathrm{trm}<\Psi>))$

これより、$\mathrm{trm}<\Phi>/a$, $\mathrm{trm}<\Psi>/b$ の置換により次を得る。

R5　$[ab](a\,\varepsilon\,b\equiv[\exists x](x\,\varepsilon\,a)\wedge[xy](x\,\varepsilon\,a\wedge y\,\varepsilon\,a\supset x\,\varepsilon\,y)\wedge[x](x\,\varepsilon\,a\supset x\,\varepsilon\,b))$

これは L に他ならない。

　一方、適切な条件と変換規則を用いれば R5 から R を導くことができるので、Russell の記述理論の書き換え規則と Lesniewski の Ontology の公理は実質的に等値な論理的内容を表現していることが分かる。