

Connexive Logic に関する幾つかの考察

大森仁 Hitoshi Omori
Ruhr University Bochum

Connexive logic とは、以下の条件を満たすような非古典論理の総称である：

- アリストテレスの式が成立する： $\neg(\neg A \rightarrow A), \neg(A \rightarrow \neg A)$
- ポエティウスの式が成立する： $(A \rightarrow B) \rightarrow \neg(A \rightarrow \neg B), (A \rightarrow \neg B) \rightarrow \neg(A \rightarrow B)$
- 次の式は成立しない： $(A \rightarrow B) \rightarrow (B \rightarrow A)$

このとき、アリストテレスの式及びポエティウスの式は古典論理では成立せず、これらの式のいずれかを古典論理あるいは直観主義論理に加えた場合には、体系が自明になってしまう。また、三つ目の要請は、アリストテレスの式及びポエティウスの式において、 \rightarrow を古典論理における同値と解釈すると、両方ともに古典論理において成立する式となるが、あくまでも connexive logic では \rightarrow を何らかの意味での含意であると理解することを意図していることを示している。(Connexive logic を概観するものとしては、[12, 4] があり、さらに学術雑誌の特別号としては [13, 7] がある。)

Connexive logic の動機に関しては、幾つか知られている。例えば connexive logic の現代的研究の源流に位置する Richard Angell の [1] における動機は反事実的条件法に由来するものであり、さらにそれに続いて多くの研究を発表した Storrs McCall の動機の一つは、例えば [3] にみられるように三段論法の定式化にあった。最近の研究には、歴史的な観点からアリストテレスの式及びポエティウスの式を再検討するものや、含意に関する様々な観点からアリストテレスの式及びポエティウスの式を再検討するものが多い（この点の詳細は [8] を参照されたい）。

ところで、上述のことから明らかであるように、connexive logic の要件を満たすためには、多くの非古典論理のように古典論理において成立する式を単純に制限するだけでなく、古典論理では成立しないアリストテレスの式及びポエティウスの式を含むように意味論あるいは証明論を変更する必要がある、何らかの工夫が必要となる。具体的には幾つかの方法があるが、本論では特に [11] において Heinrich Wansing によって提唱された方法論に沿った体系に着目する。大雑把に述べるならば、Wansing の提案は否定を Nuel Belnap 及び Michael Dunn による四値論理の体系に寄せて理解した上で、含意に対する偽条件に変更を加える、というものである。Wansing により [11] において導入された connexive logic の体系 **C** は、直観主義論理の強い否定による拡張体系である **N3** の矛盾許容型の部分体系 **N4** に関して、意味論的には含意に対する偽条件を変更すること、証明論的には **N4** の公理のうちの一つである $\neg(A \rightarrow B) \leftrightarrow (A \wedge \neg B)$ を $\neg(A \rightarrow B) \leftrightarrow (A \rightarrow \neg B)$ と置き換えることで得られる。

以上を踏まえ、本論では次の二つを目的とする。第一に、[6] で導入された、体系 **C** の古典的拡張である体系 **MC** を様相論理の言語を利用して一般化した体系 **WBK** の紹介をし、特にそれと [9, 2] において示唆されている実験哲学との関連や、「すべては

可能である」という possibilism (例えば [5] を参照) との関連について考察する。第二に、鈴木信行により [10] において示されている存在特性をもちながら選言特性をもたない論理の存在について、同様の結果の有無を Wansing の体系 \mathbf{C} の拡張体系のうちの一つに着目して考察し、直観主義あるいは構成主義の理解について検討する。

謝辞 本論の一部は Heinrich Wansing 教授との共同研究の結果であり、また鈴木信行教授に負うところが大きい。本研究は JSPS 科研費 JP18K12183 及び Alexander von Humboldt 財団の Sofja Kovalevskaja 賞による助成を受けたものである。

参考文献

- [1] Richard Angell. A propositional logic with subjunctive conditionals. *Journal of Symbolic Logic*, 27(3):327–343, 1962.
- [2] Paul Egré and Guy Politzer. On the negation of indicative conditionals. In M. Franke M. Aloni and F. Roelofsen, editors, *Proceedings of the Amsterdam Colloquium*, pages 10–18, 2013.
- [3] Storrs McCall. Connexive implication and the syllogism. *Mind*, 76(303):346–356, 1967.
- [4] Storrs McCall. A History of Connexivity. In Dov Gabbay, editor, *Handbook of the History of Logic*, volume 11, pages 415–449. Elsevier, 2012.
- [5] Chris Mortensen. Anything is possible. *Erkenntnis*, 30(3):319–337, 1989.
- [6] Hitoshi Omori. Towards a bridge over two approaches in connexive logic. *Logic and Logical Philosophy*, 28(3):553–566, 2019.
- [7] Hitoshi Omori and Heinrich Wansing, editors. *Advances in Connexive Logic*. Volume 28(3) of *Logic and Logical Philosophy*, 2019.
- [8] Hitoshi Omori and Heinrich Wansing. Connexive logics. an overview and current trends. *Logic and Logical Philosophy*, 28(3):371–387, 2019.
- [9] Niki Pfeifer. Experiments on Aristotle’s Thesis: Towards an experimental philosophy of conditionals. *The Monist*, 95(2):223–240, 2012.
- [10] Nobu-Yuki Suzuki. A negative solution to Ono’s problem P52: Existence and disjunction properties in intermediate predicate logics. In Nikolaos Galatos and Kazushige Terui, editors, *Hiroakira Ono on Residuated Lattices and Substructural Logics*. Springer, to appear.
- [11] Heinrich Wansing. Connexive Modal Logic. In Renate Schmidt, Ian Pratt-Hartmann, Mark Reynolds, and Heinrich Wansing, editors, *Advances in Modal Logic*. Volume 5, pages 367–383. King’s College Publications, 2005.
- [12] Heinrich Wansing. Connexive logic. In Edward N. Zalta, editor, *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*. Spring 2020 edition, 2020.
- [13] Heinrich Wansing, Hitoshi Omori, and Thomas Ferguson, editors. *Connexive logic*. Volume 3(3) of *IfCoLog Journal of Logics and Their Applications*, 2016.