

双側面古典論理の計算的解釈

福田 陽介 (Yosuke Fukuda)

京都大学大学院情報学研究科

証明論的意味論 (Proof-Theoretic Semantics, PTS, cf. [10]) は、文の意味をその文がどのように証明されるかを定めることによって与える、証明論に基づく意味論であり¹、モデル論的 (表的) な意味に——少なくとも明示的には——依拠することなく言語の意味を説明する理論である。最も有名な Dummett–Prawitz 流の PTS [2, 7] は「文の意味にプリミティブに寄与するのは主張行為のみ」という単側面説 (Unilateralism) に基づいており、Dummett はこの枠組みの下で直観主義論理は正当化できるが古典論理は正当化できないとして古典論理に対する批判に利用した [2]。

一方で、主張のみならず否認も文の意味に寄与するという考え方を双側面説 (Bilateralism, cf. [14]) と呼び、Rumfitt [8, 9] はこの考えに基づき双側面古典論理 (Bilateral Classical Logic, BCL) を提案した。BCL は通常の古典自然演繹の (主張の) 論理規則に加え、否認の論理規則、主張と否認の協調原理 (Co-ordination Principles) により定義され、Rumfitt はこの BCL の議論により古典論理の正当化を与えた [8]。

しかし Ferreira [3] や鈴木 [15] が指摘するように Rumfitt の古典論理の正当化は協調原理に関する議論が不十分であり、PTS の観点からは正当化が達成できていない。この問題に対して鈴木 [15] は反証主義的双側面説を提案し、PTS の枠組みを拡張することで解決を与えたが、本研究では異なる観点から協調原理の問題に取り組む。

本発表では Rumfitt が提案した BCL に対して Curry–Howard 対応 (cf. [13]) を通じた計算的解釈を与える。具体的には BCL の自然演繹に対応する双側面型付き λ 計算を定め、その計算的構造が BCL の推論構造を捉えることを述べる。提案体系の最も特徴的な点は、以下の表 1 に示す通り「主張と否認」の概念が計算機科学でよく知られた「式と継続」 [4] という概念に一致し、また、協調規則がそれらの間の型付け規則として表される点にある。加えて、通常の Curry–Howard 対応の場合と同様に BCL の証明図は双側面 λ 計算の項に一致するが、協調規則が関係する証明の正規化は式と継続との間の相互作用による計算として定式化できることを見る。

表 1: 双側面説に基づく形式体系の Curry–Howard 対応

双側面古典論理 (BCL)	双側面型付き λ 計算
主張 $+A$	式の型 $+A$
否認 $-A$	継続の型 $-A$
論理規則	式の型付け規則 & 継続の型付け規則
協調規則	式と継続との間の型付け規則

さらに本研究で提案する双側面 λ 計算は全く異なる文脈で考案された Lovas らによる計算体系 [6] と本質的に同等であり、そのメタ数学的性質が Wadler の双対計算 (Dual Calculus) [12, 1] への埋め込みを通じて示せることを述べる。こうして得られた結果から、提案体系が BCL の推論構造——特に協調原理——に対して計算の観点から自然な解釈を与えることを議論する。また時間が許せば Filinski の対称 λ 計算 [4] の浅井らによる定式化 [16, 11]、および、近年の関連研究との位置付けを概説する。

本発表は鈴木佑京氏との共同研究に基づく。

¹その萌芽は Gentzen の博士論文 [5] にすでに現れ、彼は「論理結合子の意味は、当該結合子の導入規則によって定まり、除去規則はその定義からの帰結に過ぎない」という趣旨の記述を残している。

参考文献

- [1] Daniel Dougherty, Silvia Ghilezan, Pierre Lescanne, and Silvia Likavec. Strong Normalization of the Dual Classical Sequent Calculus. In *Proceedings of International Conference on Logic for Programming, Artificial Intelligence, and Reasoning (LPAR)*, pages 169–183, 2005.
- [2] Michael Dummett. *The Logical Basis of Metaphysics*. Harvard University Press, 1991.
- [3] Fernando Ferreira. The Co-ordination Principles: A Problem for Bilateralism. *Mind*, 117(468):1051–1057, 2008.
- [4] Andrzej Filinski. Declarative Continuations and Categorical Duality. Master’s thesis, University of Copenhagen, 1989.
- [5] Gerhard Gentzen. Untersuchungen über das logische Schließen. I. *Mathematische Zeitschrift*, 39(1):176–210, 1935.
- [6] William Lovas and Karl Cray. Structural Normalization for Classical Natural Deduction. 2006. Manuscript.
- [7] Dag Prawitz. Pragmatist and Verificationist Theories of Meaning. In Randall E. Auxier and Lewis Edwin Hahn, editors, *The Philosophy of Michael Dummett*, pages 455–481. Open Court, 2007.
- [8] Ian Rumfitt. “Yes” and “No”. *Mind*, 109(436):781–823, 2000.
- [9] Ian Rumfitt. Co-ordination principles: A reply. *Mind*, 117(468):1059–1063, 2008.
- [10] Peter Schroeder-Heister. Proof-Theoretic Semantics. In Edward N. Zalta, editor, *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*. Metaphysics Research Lab, Stanford University, spring 2018 edition, 2018.
- [11] Yayoi Ueda and Kenichi Asai. Reinvestigation of Symmetric Lambda Calculus. In *Proceedings of the 4th DIKU-IST Joint Workshop on Foundations of Software*, 2011. Technical Report 2011/1, DIKU, University of Copenhagen, pp. 10–26.
- [12] Philip Wadler. Call-by-value is dual to call-by-name. In *Proceedings of International Conference on Functional Programming (ICFP)*, 2003.
- [13] Philip Wadler. Propositions as Types. *Communications of the ACM*, 58(12):75–84, 2015.
- [14] 大西琢朗. 証明論的意味論と双側面説. PhD thesis, 京都大学, 2012.
- [15] 鈴木佑京. 反証主義と双側面説. Master’s thesis, 東京大学, 2016.
- [16] 阪上紗里 and 浅井健一. 対称 λ 計算の基礎理論. *コンピュータソフトウェア*, 26(2):3–17, 2009.