構造規則と様相

山﨑紗紀子 (Sakiko Yamasaki)
首都大学東京

本発表では，直観主義論理の線形論理への埋め込みと，様相論理**S4**への埋め込みについての考察から，構造規則と様相概念との間の関係を明らかにする．

直観主義論理が，ジラールによって与えられた翻訳（ジラール翻訳）のもとで，古典線形論理に埋め込み可能であることはよく知られた結果である [1]．この埋め込みを，本発表ではジラール埋め込みと呼ぶ．本発表では，ジラールが与えたものとは異なる翻訳を与え，その翻訳のもとで，直観主義論理が線形論理に埋め込み可能であることを証明論的に示す．この証明を与えるために，直観主義論理の後件複数な**G3**-styleのシークエント計算の体系を用いる．

ジラール翻訳では，直観主義論理の連言演算子と選言演算子は線形論理の加法的な演算子を用いて解釈し，含意演算子は乗法的な演算子を用いて解釈されるが，本発表では，すべての演算子を乗法的なものと解釈する．また，ジラール翻訳では，シークエントを解釈するときには，シークエントの前件に出現する論理式に全て!演算子を付与する．しかし，本発表では，シークエントの前件に!演算子を付与するのはジラール翻訳と同じであるが，シークエントの後件に?演算子を付与する（これは，直観主義論理のシークエントとして，後件複数なシークエントを採用したことによる）．本発表で与える翻訳では，結合子は全て乗法的な演算子を用いて解釈するため，もとのジラール翻訳より，結合子の解釈の仕方に関して一貫性があると言える．これは，線形論理の乗法的結合子の性質と，!と?演算子（つまり，弱化・縮約）とが一緒になって，直観主義論理の結合子が持つ加法的な側面をカバーするということを示している．

ところで，直観主義論理は，ゲーデル翻訳のもとで，**S4**に埋め込み可能であることも，非常によく知られた結果である [2, 3]．近年，この結果については，様々な新しいシークエント計算を用いて，その証明論的証明が与えられるようになってきた [4, 5]．それに対し，本発表では，線形論理の埋め込みの際にも用いた，直観主義論理の後件複数な**G3**-styleのシークエント計算の体系を用いて，その証明を与える．また，**S4**に対しては，**G3**-styleのシークエント計算の体系 [6] を用いる．

このように，直観主義論理は，線形論理と**S4**にそれぞれ埋め込み可能であるが，これは，埋め込んだ先の線形論理，様相論理の結合子を用いて，直観主義論理の結合子を解釈することが可能であるということを表している．このとき，ジラール埋め込み（と，本発表で与える埋め込み）では，!演算子が重要な働きをする（本発表では?演算子も）．その一方で，**S4**への埋め込みの際には，**S4**の公理によって支配された必然性演算子が中心的な役割を果たす．証明論的観点からすると，!演算子は完全に**S4**の必然性演算子と同じ働きをする（ただし，!演算子は弱化と縮約にも支配されている点に

注意が必要である).

本発表では，各々の埋め込みにおいて，直観主義論理を解釈する!演算子と必然性演算子が果たす役割に着目し，その間の共通概念を明晰にする．また，弱化と縮約のもとで，なぜ!演算子は **S4** の必然性演算子と同じ規則に従うのかを明らかにすることを目指す．

参考文献

[1] J.-Y. Girard. Linear logic. *Theoretical Computer Science*, Vol. 50, pp. 1-102, 1987.

[2] K. Gödel. An interpretation of the intuitionistic propositional calculus, trans. by J. Dawson. In S. Feferman et al. (eds.), *Kurt Gödel Collected Works, Vol. 1: Publications 1929-1936*. Oxford University Press, Oxford. pp. 300-303, 1986. Originally published as "Eine Interpretation des intuitionistischen Aussagenkalküls". *Ergebnisse eines mathematischen Kolloquiums*, Vol. 4, pp. 39-40, 1933.

[3] J. C. C. Mckinsey and A. Tarski. Some theorems about the sentential calculi of Lewis and Heyting. *Journal of Symbolic Logic*, Vol. 13, pp. 1-15, 1948.

[4] R. Dyckhoff and S. Negri. Proof analysis in intermediate logics, *Archive for Mathematical Logic*, Vol. 51, pp. 71-92, 2012.

[5] S. Yamasaki and K. Sano. Constructive embedding from Extensions of Logics of Strict Implication into Modal Logics. In: S. C-M. Yang et al. (eds.), *Structural Analysis of Non-Classical Logics*. Springer, pp. 223-251, 2016.

[6] A. S. Troelstra and H. Schwichtenberg. *Basic Proof Theory*. Cambridge University Press, England, 2000.