「万物の尺度」を発見した!

清水 哲男（Tetsuo Shimizu）

「ダランベールの微分演算子(d'Alembertian)」の平方根と，「ミンコフスキー計量テンソル演算子(Minkowski metric tensor operator)」の平方根との一対が「ディラック対(Dirac pair)」を構成していることを発見して以来，その最小構成要素である「基本ディラック対(fundamental Dirac pair)」の演算子代数システムとしての構造を探求してきたが，今般，(基本)ディラック対の「接続(connection)」を定義するゲージ変換を生成している「ゲージ変換演算子(gauge transformation operator)」の存在を確かめ，その行列表現である $SL(2,\mathbb{C})$ との一対一対応を証明することができた．定理として述べると，

<ゲージ変換演算子の存在定理>

基本ディラック対: P_x とゲージ変換: $G\left(=e^{{}^\lambda T\theta} \triangleq E\cos\theta + {}^\lambda T\sin\theta\right)$ を受けた基本ディラック対: $P_x'\left(=G\cdot P_x\right)$ の中間に，ゲージ変換演算子: $G_x\left(=e^{{}^\lambda H_x\theta} \triangleq S_x\cos\theta + {}^\lambda H_x\sin\theta\right)$ が存在し，$G_x \odot_A P_x = P_x', G_x \odot_A P_x' = P_x$，が成立している．ここで，$\lambda$ は「スケール因子(scale factor)」，θ は基本ディラック対を相空間上で表現した場合の「位相角(phase angle)」，${}^\lambda H_x\left(\triangleq \lambda\left(d_x{}^2/2\right) - \left(\partial_x{}^2/2\right)/\lambda\right)$ は「ハミルトン演算子(Hamiltonian)」，である．このように，ゲージ変換演算子とその行列表現であるゲージ変換とは，$S_x \leftrightarrow E, {}^\lambda H_x \leftrightarrow {}^\lambda T, e^{{}^\lambda H_x\theta} \leftrightarrow e^{{}^\lambda T\theta}$，と一対一対応していて，しかも，このゲージ変換演算子は，2 組の基本ディラック対を，相互に変換し合う(交換される)ことによって，それらを接続している．定理をさらに一般化すれば，2 つのゲージ変換の合成則を得る．

<2 つのゲージ変換の合成則>

同じスケール因子(scale factor): λ をもつゲージ変換: $e^{{}^\lambda T\theta}, e^{{}^\lambda T\phi}$, を受けた 2 組の基本ディラック対: $P_x'\left(=e^{{}^\lambda T\theta}\cdot P_x\right), P_x''\left(=e^{{}^\lambda T\phi}\cdot P_x\right)$，の中間には，ゲージ変換演算子: $e^{{}^\lambda H_x(\theta+\phi)}$ が存在し，$e^{{}^\lambda H_x(\theta+\phi)} \odot_A \left(e^{{}^\lambda T\theta}\cdot P_x\right) = e^{{}^\lambda T\phi}\cdot P_x, e^{{}^\lambda H_x(\theta+\phi)} \odot_A \left(e^{{}^\lambda T\phi}\cdot P_x\right) = e^{{}^\lambda T\theta}\cdot P_x$，が成立している．また，同じスケール因子をもつ 2 つのゲージ変換の中間に存在するゲージ変換演算子の位相角は，2 つのゲージ変換を生成するゲージ変換演算子がもつ位相角 $\theta, \phi,$ の和，$\theta+\phi$ である．${}^\lambda H_x$ はハミルトニアンであるから，この結合則は，エネ

ルギーの保存則および加法則を表現している．他方で，2つのゲージ変換演算子の「積」については，$\left(e^{\lambda H_x\theta}e^{\lambda H_x\phi}\right)\odot_A P_x = e^{\lambda T(\theta-\phi)}\cdot P_x$ が成立している． $\theta=\phi$ の場合，それは恒等変換に他ならない．ゲージ変換演算子の「自乗」は恒等変換であり，これは，基本ディラック対が「ボソン(boson)」的であることに対応して，ゲージ変換演算子が「フェルミオン(fermion)」的であることを表現している．

ゲージ変換演算子の存在定理および合成則は，基本ディラック対: P_x を，n 次元自由度をもつディラック対: $P_{\vec{x}}$ に拡張しても， x を $\vec{x}$ を置き換えただけの，全く同じ形式で成立する．すなわち 2 つの，同じスケール因子: λ をもつゲージ変換: $e^{\lambda H_{\vec{x}}\theta}, e^{\lambda H_{\vec{x}}\phi}$, を受けた 2 組ディラック対: $e^{\lambda T\theta}\cdot P_{\vec{x}}, e^{\lambda T\phi}\cdot P_{\vec{x}}$, の中間には，ただ一つのゲージ変換演算子: $e^{\lambda H_{\vec{x}}(\theta+\phi)}$ が「存在する」のである．さらに，$e^{\lambda H_{\vec{x}}\pi} = -S_{\vec{x}}$ であるから，それは，$-P_{\vec{x}} = P_{-\vec{x}}$ によって定義される接続を引き起こすことができる．この 2 組のディラック対は，位置: $\vec{x}$ から，位置: $-\vec{x}$ へ，またその逆方向へ，と周期運動しているのである．

わたしたちが住む，この「時空-物質システム(space-time-matter system)」における「尺度(gauge)」とは何か．それは「光量子(photon)」の普遍的存在に他ならない．実際，空間の量（length）は，光の 1 波長をその単位尺度としており，時間の量(time)は，光の 1 周期をその単位尺度としている．万物の尺度である時空の量は，光量子が行うところの時空的運動の数を数えることによって成立している．

わが「ディラック対の概念」は，ファラデー(Faraday, M.)の提唱した「電磁力線」のイメージにそのまま対応している．それは，任意の位置で量子論的な「接続(connection)」それを裏返せば「切断(cut-off)」を定義することができ，しかも「極性(polarity)」をもっている．4 次元ディラック対の場合，その反対称交換子積には，マックスウェル(Maxwell, J.C.)の提唱した「電磁場の方程式」に対応する項が出現している．

任意の「同じスケール因子をもつディラック対の 2 組」の，その中間には，ただ 1 個の「ゲージ変換演算子」が「存在する」ことが証明され，それらはまた，位相角: $\theta \geq \pi$ の場合には「周期運動を行う」ことが示された．「時空-物質システム」の中にあって，周期運動を行う 2 組のディラック対とその中間に存在して運動を生成するゲージ変換演算子，とは一体何者の存在の表現なのであろうか．それは，この時空間中を運動し時空の量の「尺度(gauge)」として機能する「光量子」の他ではあるまい．わが発見にかかるところの，(基本)ディラック対，および，スケール因子を等しくするその 2 組が，その中間に共有するゲージ変換演算子，こそは，この「時空-物質システム」を構成する最小の構成要素であるところの「万物の種子(panspermia)」であり，それは「時空の量」をはじめとして，あらゆる「物理量(physical quantity)」を「生成するもの(generator)」であり，「万物の尺度(gauge of everything)」である．