

命題とは何か―様相同伴の証明論的分析から―

山崎紗紀子 (Sakiko Yamasaki)

首都大学東京

「命題(proposition, Satz)」という語に対しては、哲学史や数理論理学において扱われる、仰々しくて考えにくいものというイメージを抱いている人も多くいるかもしれない。しかし、実際に「命題」という語で表されているのは、私たちの論証・証明の対象となるものであったり、私たちの心的態度（「知る」・「信じる」など）の内容となったり、言語行為の内容となるものである。つまり、「命題」とは、私たちの日常的な論証活動や言語活動において、常に取り扱われていると言っていいようなものであるということである。

このように述べると、「命題」という語で表される事象（存在物）は全く実質的で様なもののように思えるかもしれない。しかし、多様な論理体系（古典論理、直観主義論理、それらより弱い種々の論理体系、特に、線形論理など）についての近年の証明論的研究によって、徐々に明らかにされつつあるのは、各々の論理体系が扱う命題たち（当該の体系の論証対象）が、一方では、互いに常に一定の本質的な共通性を保ちつつ、他方では、その存在性格・機能・振る舞いの可能性といった点では、明確な相違、というよりむしろ階層的な秩序・進展・安定化の方向性を示しているということである。

このように近年明らかにされつつある事柄が、形而上学の観点から見て何を意味するのかという問題については、本提題で詳しく踏み込むことはできない。しかし、現代の論理的、特に、証明論的観点からの研究を踏まえて、一見単層的で単純な構造を持つように思われる命題が、実は多様で複雑な階層構造をなしており、その各階層にはそれぞれ異なった論理体系が対応しているということについて説明を行いたい。この時、命題の階層性を整理するために用いるのが有効と考えられるのは、「様相同伴(modal companion)」という関係である（ある様相論理が別の非様相論理の様相同伴であるとは、一定の翻訳のもとで、後者の論理が前者の論理へ埋め込み可能であることであり、直観主義論理が様相論理 $S4$ に埋め込み可能であるということ、ゲーデル・マッキンゼイ・タルスキの定理として知られる結果[3, 4]、が最も有名と考えられる同伴関係である。現在では、直観主義論理のみならず、より強い、あるいは、より弱い様々な非様相論理が各々対応する様相論理に埋め込み可能であることが知られている[1, 6]）。というのも、様相同伴の観点を用いることによって、一見ばらばらに見える、非様相論理の諸体系を様相論理を法として並べることが可能となるからである。

本提題では、様相同伴の理論を手掛かりに、G. ゲンツェン以来大きな発展を遂げてきた、シークエント計算の諸体系（主に「ラベル付きシークエント計算」[5, 2, 7]に着目した議論を行う）に立脚する証明論的な論理的な分析の観点から、先に述べたような線形論理から直観主義論理を経て、古典論理へと至る多様な論理体系の間の共通性

と相違—つまり，階層的関係について説明し，それを通じて，それぞれの体系に対応する命題の概念がどのようなものであるのかについて可能な範囲で検討する。

参考文献

- [1] Corsi, G. (1987). Weak logics with strict implication. *Mathematical Logic Quarterly*, 33, 389–406.
- [2] Dyckhoff, R., & Negri, S. (2012). Proof analysis in intermediate logics. *Archive for Mathematical Logic*, 51, 71–92.
- [3] Gödel, K. (1933). Eine interpretation des intuitionistischen Aussagenkalküls. *Ergebnisse Eines Mathematischen Kolloquiums*, 4, 39–40.
- [4] McKinsey, J. C. C., & Tarski, A. (1948). Some theorems about the sentential calculi of Lewis and Heyting. *Journal of Symbolic Logic*, 13, 1–15.
- [5] Negri, S. (2005). Proof analysis in modal logic. *Journal of Philosophical Logic*. 34, 507–544.
- [6] Visser, A. (1981). A propositional logic with explicit fixed points. *Studia Logica*, 40(2), 155–175.
- [7] Yamasaki, S., Sano, K. (2016). Constructive Embedding from Extensions of Logics of Strict Implication into Modal Logics. In: Yang SM., Deng DM., Lin H. (eds) *Structural Analysis of Non-Classical Logics*. Logic in Asia: Studia Logica Library. Springer, Berlin, Heidelberg, 223-251.