時空－物質システムの最小構成要素を発見した！

清水　哲男

ダランベールの微分演算子およびそれに双体するミンコフスキー時空計量演算子の平方根の一対が「ディラック対」を形成していることから出発し，その最小構成要素である「基本ディラック対」の構造を解析した．その結果，それが相対論的時空－物質システムを量子化した量子「動」力学的存在者の存在であって，その最小構成要素であることを数学的に証明することができた. その数学的証明の概略を報告し, また, その物理学的意味と意義を論ずる.

基本ディラック対は，一次元位置パラメタ: x において定義される局所共変微分演算子: ∂_x とそれに双体する局所反変微分演算子: d_x の一対であって， $P_x \triangleq \begin{pmatrix} \partial_x \\ d_x \end{pmatrix}$ と定義され，その対称/反対称交換子積: $\begin{pmatrix} A_x \\ S_x \end{pmatrix} \triangleq \begin{pmatrix} [\partial_x, d_x]/2 \\ \{\partial_x, d_x\}/2 \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} 1/2 \\ (\partial_x d_x + d_x \partial_x)/2 \end{pmatrix}$, について，$S_x \odot_A P_x \triangleq \begin{pmatrix} [\partial_x, S_x] \\ [S_x, d_x] \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \{A_x, \partial_x\} \\ \{A_x, d_x\} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \partial_x \\ d_x \end{pmatrix} = P_x$ であるから, 閉じた代数システムを作っている．また，$[\partial_x, d_x] = 1$, という量子化条件から，それは反対称交換子積について相互逆元とみなすことができ, 斜体を形成しているから, それらは 0 も∞も, 固有値(物理量)としてとることはない．この代数システムには，発散(∞)も特異点(0)もありえない. さらに, この代数システムとしての構造を不変に保つアフィン変換(群)が存在して, それは $SL(2,\mathbb{C})$ と同型であることが示される．この変換を「ゲージ変換(群)」と呼んでおこう．このゲージ変換を分類することによって，基本ディラック対は普遍虚数単位：ι のスケール変換によって相互に移行しあう「実/虚」それぞれ 4 象限(ただし，0 と∞は除く)の存在領域をもっていることが判明する. このうち，Ⅰ象限とⅢ象限とは, 対称交換子積を共有しており，$-P_x = P_{-x}$, によって「接続(運動，量子論的遷移)」を定義することができ，このゲージ変換によって，基本ディラック対の存在領域を，全実数領域にまで逐次拡大することができる.「局所演算子代数システムとしての基本ディラック対は，0 と∞を除く全実数領域を固有値(物理量)にもつ,『局所』演算子代数システムを接続して成立する『層空間』の，その『最小構成要素』である」ことが証明される．この基本ディラック対の多数組を，複素・多重・パウリのスピン行列が作る代数システムとの接合積をとることによって, ベクトル演算子に拡張したものが「ディラック対」である．このディラック対は，共変微分ベクトル演算子: $\partial_{\vec{x}}$ とそれに双

体する反変微分ベクトル演算子: $d_{\vec{x}}$ との一対であり，反対称交換子積: $A_{\vec{x}} \triangleq \left[\partial_{\vec{x}}, d_{\vec{x}}\right]/2$

および対称交換子積: $S_{\vec{x}} \triangleq \left\{\partial_{\vec{x}}, d_{\vec{x}}\right\}/2$ が定義できて，しかも， $S_{\vec{x}} \odot_A P_{\vec{x}} = P_{\vec{x}}$，が成立

している．ディラック対は，基本ディラック対とほとんど同型な代数システムとしての構造をもっているのである．特に，4 次元自由度をもつディラック対の標準型を，

$$P_{(t,\vec{r})} \triangleq \begin{pmatrix} \partial_{(t,\vec{r})} \\ d_{(t,\vec{r})} \end{pmatrix} = \sigma_t P_t + \sigma_s{}^{1/\iota} P_{\vec{r}} = \begin{pmatrix} \sigma_t \partial_t + \sigma_s \partial_{\vec{r}} / \iota \\ \sigma_t d_t + \sigma_s \iota d_{\vec{r}} \end{pmatrix}, \begin{cases} \partial_{(t,\vec{r})}{}^2 = \partial_t{}^2 - \left(\partial_x{}^2 + \partial_y{}^2 + \partial_z{}^2\right), \\ d_{(t,\vec{r})}{}^2 = d_t{}^2 - \left(d_x{}^2 + d_y{}^2 + d_z{}^2\right), \end{cases}$$

と書くと，それは，①空間要素としての基本ディラック対間においては，符号付置換に対して，②時間要素としての基本ディラック対と空間要素としての基本ディラック対間においては，符号付置換および虚数単位のスケール変換に対して，「代数システムとして不変な構造」をもっており，それに対応した内部鏡映変換演算子(群)が存在していることがわかる．さらにまた，この内部鏡映変換演算子の，ディラック対への作用が，普遍的であることを証明することができた．「ディラック対は，(基本ディラック対がゲージ変換(群)によって接続されて 1 次元の運動の自由度をもつ局所演算子を究極の構成要素とする層空間構成することができた，のと全く同様に，)内部鏡映変換演算子(群)によって接続されて，多次元の運動の自由度をもつ局所ベクトル演算子から構成される層空間(=時空間)を構成することができる」ことを数学的に証明できた．

「(基本)ディラック対は『時空-物質システム』の最小構成要素である」ことが数学的に証明できたことの，物理学的意味と意義は，基本ディラック対を古典力学の運動量

と位置空間の組(正準変数): $\left(p_x, q_x\right)$ に，ゲージ変換群を一径数運動群: $g\left(t\right)$ に対応さ

せることによって判明する．つまり，それは「力学系」に対応しているのである．①質点がもつ物理量の代わりに，基本ディラック対(量子論的演算子)を，②一径数運動群(時間)の作用の代わりに，ゲージ変換による量子論的状態遷移作用を，それぞれ対応させることによって，古典力学系の代わりに「量子『動』力学系」を構成しているのである．さらに，多次元自由度をもつ量子動力学系においては，内部鏡映変換群はミンコフスキー時空計量演算子およびダランベールの微分演算子を不変に保つのであるから，この接続(=量子論的遷移)は相対論的でもあり，「基本ディラック対」の「ゲージ変換群」による接続，および「ディラック対」の「内部鏡映変換群」による接続，この両方の手続きによって成立する「時空-物質システムの概念」は「相対論と量子論を無矛盾に統合している」のであり，特に，9(=3+3+3)次元時間(荷電空間)+3 次元空間に拡張したものは強-電-弱-重力の存在を説明する「新しい原理」としての資格がある．

この相対論的量子論は，いかなる特異点も発散の困難も，全くもたない．それは，有界な，つまり 0 でもなければ∞でもない固有値(物理量)をもつ局所演算子たち「のみ」から構成されているのである．したがって，この相対論的量子論は，極低温からビッグ・バンに相当する極高温領域まで，あえていえばブラック・ホールの中心に至るまで，さらに，時空間そのものが相対論的量子論的実体(運動態)なのであるから，宇宙論における，ダーク・マターおよびダーク・エネルギーに至るまで，説明可能である．