

2 階論理とブール値 2 階論理

池上大祐 (Daisuke Ikegami)

東京電機大学

二階述語論理の代表的な意味論としてタルスキ意味論（完全意味論）とヘンキン意味論の二つがある。タルスキ意味論を用いると、一階述語論理で表現できない様々な性質を記述できるが、一階述語論理において成り立つ定理（完全性定理、コンパクト性定理など）がことごとく成り立たず、二階述語論理は非常に複雑になる。一方、ヘンキン意味論を用いると、一階述語論理において成り立つ多くの定理が成り立つが、論理の表現力は一階述語論理と全く同じで、一階述語論理と比べて二階述語論理に新しい現象は見られない。本講演では、二階述語論理の意味論としてブール値意味論を導入し、

- 1) $V=L$ の下ではブール値意味論はタルスキ意味論と同じ複雑さを持つこと
 - 2) 巨大基数とウディンの Ω 論理についての適切な仮定をすると、ブール値意味論は、タルスキ意味論より単純でヘンキン意味論より複雑な意味論になること
- の二点について論じる。本講演で述べる多くの研究成果は Jouko Väänänen 氏との共同研究によるものである。

参考文献

D. Ikegami and J. Väänänen, Boolean-Valued Second-Order Logic, Notre Dame Journal of Formal Logic, 56 (1), 167–190, 2015.