

## 2 階論理の意味論

オーガナイザ：菊池誠（神戸大）

### 提題者

佐藤智哉 2 階論理的妥当性の新しい意味論的特徴づけ  
池上大祐（東京電機大学）2 階論理とブール値 2 階論理  
新井敏康（千葉大学）竹内の基本予想の意味論的証明

「すべて」や「存在」という量化の対象が「個物」に限定される形式的論理が 1 階論理、「個物と概念」であるのが 2 階論理、そして「個物、概念、概念上の概念、…」のすべてであるのが高階論理である。1 階論理が形式的論理の現在の事実上の標準理論である。ただし、Boolos や Shapiro, Väänänen の哲学的な議論や Friedman の逆数学の研究プログラムにも見られるように、今でも 2 階論理それ自身や 2 階論理の上で展開される公理系に関心が持たれている。

2 階論理の意味論を考える際に問題になるのが「概念」を対象とする 2 階量化子の解釈である。2 階量化子の解釈は「個物全体の集合」の部分集合族を与えることで定められる。最も自然な 2 階論理の意味論は 2 階量化子の解釈を与える部分集合族を「個物全体の集合」の冪集合とすることで定められるが、この意味論では通常の公理と推論規則で 2 階論理の完全性定理は成り立たない。Henkin は 2 階量化子の解釈を与える部分集合族を「個物全体の集合」の任意に選ばれた部分集合族とすれば、通常の公理と推論規則で 2 階論理の完全性定理が成り立つことを示した。

Henkin 流の意味論が 2 階論理の現在の事実上の標準的な意味論である。しかし、この Henkin 流の意味論に基づく 2 階論理とは実質的には 1 階論理の特別な場合であり、他の意味論の可能性や必要性がない訳ではない。本ワークショップでは Henkin 流の意味論以外の 2 階論理の意味論について、佐藤智哉が哲学の立場から、池上大祐が集合論の立場から最近の研究を紹介し、新井敏康が証明論の立場から古典的な議論を紹介する。