

非ユークリッド幾何学について

足立恒雄 (ADACHI Norio)

早稲田大学名誉教授

非ユークリッド幾何学（実際には、双曲幾何学）の創造は、絶対的な真理の体系であるとされてきたユークリッド幾何学の地位を根底から覆した数学史上の大事件であって、数学の公理的取扱いへの道を切り開いたが、さらに一般的なリーマン幾何学の登場によって、幾何学のごく一部の分野であるとみなされるようになった、といったところが現代数学における非ユークリッド幾何学の総括であろうか。実際には、非ユークリッド幾何学では（当然のことながら）ユークリッド幾何学に比肩し得る数多くの華麗な定理が成立するのだが、上記のような位置付けのために、非ユークリッド幾何学とはどういう学問体系なのかはあまり良く知られて来なかった。

そしてまた、たとえば平行角に関する「ロバチェフスキ=ボヤイの定理」のように、歴史的経緯によって、良く知られた定理の場合にしても、それはユークリッド空間に引き写して表現された形で知られているのであって、非ユークリッド幾何（ここでは双曲幾何）自身における（距離や角などの）言葉で表現されたものではなかった。非ユークリッド幾何を一般論の単なる一例（すなわち、 0 ではない定曲率の空間）として見るのではなく、またユークリッド空間から観るのではなく、その本来の姿で知ることは、**R. Hartshorn** によって初めて行われたと思われる。それを紹介することを本講演の一つの目的とする。

しかしながら、**Hartshorn** は非ユークリッド幾何学の基礎論的な側面についてはまったく考察していない。そのために **Hartshorn** 自身、上に述べた自分の仕事の意義を十分理解しているのかどうか怪しい節もあると言える。また、非ユークリッド幾何学の完全性、つまりそのすべてのモデルで成り立つような命題は公理系から証明できるのかという問題については、かなりボンヤリした考察を残しているだけである。**Tarski** 学派による幾何学基礎論の研究に従って、どういう場合に完全性が成り立つのかを紹介するのが本講演の第二の目的である。数学基礎論と数学が同じ土俵（この場合は幾何学基礎論）で研究しながら、お互いにほとんど交流を欠いた結果として視点を共有できなかった例として、諸般の注意を喚起すべく紹介したいというのが本講演の全体の眼目である。