

数学における真理の絶対性と相対性

オーガナイザ：菊池誠（神戸大）

提題者

足立恒雄（早稲田大） 非ユークリッド幾何学について

薄葉季路（早稲田大） The universe and the multiverse

岡本賢吾（首都大） 「構造の可能性」としての数学的真理

数学では、この百数十年の間に「真理の概念」を根本的に変化させる二つの出来事が起きた。一つは百年以上昔に起きた、非ユークリッド幾何学の誕生である。古典的にはユークリッド幾何学とは、我々が生きている物理的な世界を理解する枠組みである。この見方のもとでは、ユークリッド幾何学の「平行線の公理」を否定する非ユークリッド幾何学とは、「現実の世界」の理解にとっては無価値な知的遊戯に過ぎないことになる。しかし、その後の物理学の発展から、非ユークリッド幾何学こそが現実を描いているという見方が現れている。ユークリッド幾何学と非ユークリッド幾何学の関係は、一方のみが正しいという絶対的なものではなく相対的である。

もう一つは五十年前に起きた、集合論におけるコーエンの強制法の発明である。カントールは実数全体の集合 \mathbf{R} に関する連続体仮説を提示したが、カントールやデデキントによって \mathbf{R} の数学的な構成や特徴付けが得られている。もしも \mathbf{R} が確固たる存在物であるならば連続体仮説は真か偽のいずれかであろう。さて、ZFC 集合論は数学全体が形式化できる公理系である。連続体仮説は ZFC 集合論から独立であることがゲーデルとコーエンによって証明された。その証明のためにコーエンが発明した強制法の発展から、集合論の世界は多様であり、その世界には真偽を決定できない命題があると考える集合論的多元宇宙論が誕生した。

この二つの出来事からはいずれも、数学的な真理観が絶対的なものから、個々のモデルに相対的なものに変化したことが読み取れる。しかし、非ユークリッド幾何学は後にリーマン幾何学に取り込まれて真理の概念とは無縁になった。また、多元的集合論とは ZFC 集合論の様々なモデルの数学的な関係についての議論である。これらの議論の背後には絶対的な真理観を抱く古典的な数学的立場が措定されているとも考えられる。非ユークリッド幾何学や集合論的多元宇宙論の発生によっても絶対的な真理観は失われていないのかも知れず、相対的な真理観が登場したことは単に真理という言葉の意味が拡張され、多様化しただけのことなのかも知れない。

数学全体を統べる真理観は、今でも絶対的なものであるとは言い切れないし、絶対的なものから相対的なものに変化したとも断言し難い。しかし、二十世紀中に相対的な真理観が登場したことは確かであって、この相対的な真理観の誕生は公理的手法や数学的構造の概念の普及と関係が深い。現在の論理を反省するためには二つの真理観の理解が不可欠である。本ワークショップでは、足立恒雄と薄葉季路によって非ユークリッド幾何学と集合論的多元宇宙論が数学的な立場から紹介され、岡本賢吾によって構造と真理の概念の関係が哲学的な立場から論じられる。