存在論の公理の内容と外延性の公理

藁谷　敏晴
東京工業大学名誉教授

1920 年に Lesniewski が公表し、通常「存在論 Ontology（以下 LO）」と呼ばれている論理体系は、Frege-Russell のそれとは、基本的構想に於いて、主として次の点で本質的に異なっている。LO では

1) 名辞を単称名に限定せず、空名辞も含めた一般名が扱えることと、
2) それにともなって、歴史的に繋辞 copula として知られていた言語単位が、論理的単位として、自動的に回復され、明示的に取り扱われるようになる（但し set/class の代用ではなしに)、という点である。

繋辞として Lesniewski が当初採用したものは、

3) 一般名+繋辞+一般名

で、特に主語項が単称となるものであった。以下、こうした命題を単称命題 singular sentence ということにする。さて、単称命題を形成する繋辞を「(est)」と表すことにして、単称命題を「a (est) b」の形で表す。

LO の公理 AO は次である:

AO a (est) b ←→[E x](x (est) a) & [xy](x (est) a & y (est) a→x (est) y) & [x](x (est) a → x (est) b)

AO はその見かけの複雑さにより、理解がしばしば困難であり、LO が如何なる体系であるかは、明らかではなかった。主たる理由は AO の見かけ上の複雑さにあることはいうまでもなく、現在でも事態にそれほど変わりはない。それ故に、LO は極めて秘教的 esoteric な体系である、と称されることもあるほどである。

然るに、事実はそうではない。逆である。AO は自明な式に分解可能であり、ここではそのうちの一つ述べる。

もともと Lesniewski の意図は、如何にして、三段論法に於いては有意味に取り扱われてきた繋辞(est)を論理的な整合的をもって取り扱うことができるのかという点にあり、AO は、単称命題を許す三段論法の分析を通して得られたものである。本発表では、AO が、その見かけの複雑さに関わらず、内容上は極めて自然なものであることを示す。

I) 「a (est) b」 の「(est)」を三段論法的な見地から見ると、それは全称命題「every/all a is b」の特殊な場合であることに気付く。つまり、歴史的な記法に従い、「すべての a は b である」を Aab と表記し、加えて「a であるものは（あって）ただ一つである」ことをメタ論理的に「ob(a)」と表記すると
II) 「a (est) b」とは、「ob(a) & Aab」であることに他ならない。

III) II)より、「a (est) a」とは「ob(a) & Aaa」、従って（Aaa とすると）「ob(a)」のことである。

これよりすぐに、次が成立することが解る:

A1 a (est) b → a (est) a　　[ob(a) & Aab→ob(a)]

A2 a (est) b & b (est) c → a (est) c　　[ob(a) & Aab & ob(b) & Abc→ob(a) & Aac]

A3 a (est) b & ob(b) →b (est) a　　[a (est) b & b (est) b とすると、Aab & ob(a) &ob(b)。これより、a=b。故に、Aab より、Aba。従って Aba & ob(b)、それ故、b (est) a。]

IV)　定義

D1　a=b ←→a (est) b & b (est) a

D2　a o b ←→ [x](x (est) a ←→x (est) b)

V) 論理的事実として、上記 A1,2,3 のもとで、次の 3 つの式が等値になる。

A4.1　a=b →(a (est) c ←→b (est) c)

A4.2　a o b & a (est) a→b (est) b

A4.3　a (est) a ←→[Ex](x (est) a) & [xy](x (est) a & y (est) a →x (est) y)

VI) 論理的事実

VI.1)　A1, A2, A3 から AO の左辺から右辺が従い、

VI.2)　A4.3)から AO の右辺から左辺が従う。それ故、

VI.3)　A1 & A2 & A3 & A4.2 (or A4.1, A4.3) から AO が従う、

また逆に AO からは A1,A2,A3,A4(.1/.2/.3)が従う故に、

AO と{A1,A2,A3,A4(1/2/3)}は（推論的に）等値である。

VII)　さて、A4.2 は、「外延性」に関しており、a と b がその外延に関して同じ数だけあり、a が一つしかなければ b も一つしかないことをいっている。

VIII)　また、A4,1 は Leibniz 則(a=b→(F(a)←→F(b))を三段論法の言語で述べたものであり、(「F(x)」を「x (est)-c」とせよ.)、

IX)　A4.3 は「a (est) a（またはメタ言語的には ob(a))」が述べている内容は、「a であるものが存在し、a であるものは高々一つである」ことを述べている。

上記の結果は、AO を Lesniewski, Tarski, Sobocinski が得た結果(`Successive Simplification of the Axiom of Ontology, Sobocinski (1934)', Polish Logic, 1967, Oxford) ‘の（私の結果から見れば不十分な）結果：

X)　次の形での外延性の公理

AE　a o b→(F(a)←→F(b))

を認めると、AO は

XIX)　a (est) b ←→ [Ec](a (est) c & b (est) c)

と（推論的に）等値となる、という結果を分析して得られたものである。