科学基礎論学会 2014 年度研究例会
ワークショップ「状況意味論からチャンネル理論へ」

「不飽和命題 ・ 様相／時間性 ・ 情報射」予稿

岡本賢吾（首都大学東京）

［1］ 情報フローの“論理形式”と、その定義

例えば、基数の適用（ものの数の同定）について扱う際にフレーゲがまず行わねばならなかったのは、(1)この適用を述べる言明の最も基本的・典型的な“論理形式”を特定すること（結果として、そこには基数オペレータが含まれていることが判明する）、(2)その上で、その“論理形式”を（基数オペレータを含まない用語だけで）還元的に定義することだった。これらが定まらなければ、基数の適用について何の分析も説明もできないからである。具体的に言えば、彼が実質的に与えたのは、二階論理を用いて書くとほぼ次のようなものだったと考えることができる。

(1)基数適用の“論理形式”: Φ(x)は（二階論理の）任意の式、Nx は（変項 x を束縛する）基数オペレータとする。

Nx(Φ(x)) = n ：Φ(x)であるものたちの基数（個数）は、n である。

(2)その定義： {x | Φ(x)}は、Φ(x)から形成される述語抽象（複合述語）、Eq は、二つの述語抽象間の等数性関係、「x<y」は「x、y は基数であって、y は x より大きい」という関係を表す。

Nx(Φ(x)) = n ←→def. {x | Φ(x)} Eq {x | x<n}

： Φ(x)であるものたちの基数（個数）は、n である ←→def.
Φ(x)であるという性質(を満たすものたちのクラス)と、n 未満の基数であるという性質（を満たす者たちのクラス）は、等数的である。

ところで、情報が伝わること（情報フロー）の場合についても、我々は、(1)このフローを述べる言明の“論理形式”を特定した上で、(2)この“論理形式”の還元的定義（にできるだけ近いもの）を与えることから始めねばならない。あるいは少なくとも、おそらくそう考えて大きくは間違わないはずである。というのも、そうでなければ、やはり何の分析も説明も行うことができないからである。

Barwise & Seligman の著作 *InformationFlow* は、実際にこの問いに（Dretske を踏まえながら）大体以下のような仕方で答えていると考えることができる。

A = (Tok(A), Typ(A), $\models_A$)という三つ組みの構造を、分類基（classification）と呼ぶ。ここで Tok(A)は、出来事トークンの集合、Typ(A)は、出来事タイプの集合、

また $\vDash_A \subseteq$ Tok(A)×Typ(A)で、a $\vDash_A$ α は「トークン a はタイプ α を持つ、出来事 a は事態 α をサポートする、命題 α は状況 a を特徴づける」といった意味である（以下、「$\vDash_A$」の添え字「A」は略すことがある）。さらにいま、分類基 A、B の間に次のような写像の組(f, g)があるとき、(f, g)を B から A への情報射（infomorphism）と呼ぶ。

［情報射］　f :Tok(B) → Tok(A)、g :Typ(A) → Typ(B)があって、

$$f(b) \vDash \alpha \quad \longleftrightarrow \quad b \vDash g(\alpha)。$$

このとき、次のようになる。

(1if)情報フローの“論理形式”:

Carry(a $\vDash_A$ α, b $\vDash_B$ β)　：トークン a がタイプ α を持つということが、 b が β を持つという情報を担っている。

(2if)その定義：

Carry(a $\vDash_A$ α, b $\vDash_B$ β)

←→def.　(f, g)は A、B 間の情報射で、a = f(b) かつ g(α) = β。

実際には、(2if)は少々条件が強すぎると考えられる（右辺が文字通りに成り立たなくても、直観的に左辺が成り立つと言ってよいように思える事例はいくらもある）が、ここではひとまず措く。いずれにしても、情報フロー言明の基本的な“論理形式”が(1if)であること、その(1if)の成立は、典型的には、(2if)によって与えられるような仕方で、情報射(f, g)が媒介することで成立することは、十分もっともであるように思える。

しかしそうだとして、それは一体なぜなのか。情報射（Chu 空間の間の随伴写像）なるものが情報フローの成立条件の基礎を成すのは、どのような理由によるのか。

［2］　様相（／時間）的言語における情報射（Chu 随伴写像）

実は様相的言語（とその可能世界意味論）を参照すると、ごく当たり前に情報射の等価物が登場することが判る（Barwise&Seligman は、直接そうは言っていないものの、関連する様々な指摘を行っている）。いま、もっとも単純な例として、いわゆる next operator: (_)が多重様相的に入っている言語（つまり、(f)、(g)、(h)、等々の様相演算子を含む言語）L を考えよう。この言語の統語論は、

Formula(L)　=:　p（ただし $p \in P$）｜$\Phi \wedge \Psi$｜$\neg \Phi$｜(f)Φ（ただし $f \in I$）

であり、様相言明(f)Φの真理条件は次の通り。

(#) クリプキ構造（遷移構造）$M = (W, \{f: W \to W \mid f \in I\}, V_M: P \to Pow(W))$において（Pow はベキ集合演算子）、
$w \vDash (f)\Phi \quad \longleftrightarrow_{def.} \quad f(w) \vDash \Phi$。

要するに、可能世界 w において命題(f)Φが真であるのは、w から到達可能性関係（関数）f を介して到達できる世界 f(w)（next operator である(f)の場合、w から各 f によって到達できる世界は一意に定まる）において命題Φが真であるとき、かつそのときのみである、ということである。これを分類基の用語で言いかえると、トークン w をタイプ(f)Φが特徴づけるのは、トークン f(w)をタイプΦが特徴づけるとき、かつそのときのみである、となる。要するに（一般にモデル M における命題Φの意味論的な値とは、W の何らかの部分集合だと考えられるから）、(f): Pow(W)→Pow(W)、f: W→W であり、従って、(f, (f))は、$M=(Tok(M)=W, Typ(W)=Pow(W), \vDash)$上の（M から M への）情報射である。

では、この事実は情報射の概念について何を教えているか。ここで、以下の諸点が重要となる。

(1)　様相的（時間的）言語に登場する命題は、特に時間的言語の場合に明瞭となる通り、文字通り、様相化された（時間化された、時制付きの）命題であり、言い換えれば、無様相言語（無時間言語）に登場する完全な（フレーゲ的な用語では「飽和した」）命題ではなく、不完全な不飽和命題である。ところで、先の情報フロー言明の“論理形式”　$Carry(a \vDash_A \alpha, b \vDash_B \beta)$を想起すると、ここに登場するタイプ$\alpha$、$\beta$は、典型的にはまさに様相的／時間的な不飽和命題であるはずだと言えるだろう。この意味で、上記のような様相的言語の意味論が情報射に当たるものを内包していることは、何ら偶然ではないことが判る。とはいえ、不飽和命題とはより精確にはどのようなものであり、さらに、上記の真理条件(#)は、情報フロー的観点からは、どのような事柄を表すと考えることができるのか。

(2)　より進んだ問題として、次のことがある。Barwise&Seligman の情報フロー論においては、情報フロー成立の根拠は、最も基本的には情報射によって与えられるとはいえ、より一般的には、いわゆる「制約（constraint）」の介在ということによって説明される。簡単に言えば、「あるタイプαを持つトークンは、同時

にタイプ β をも持つ」というのが制約の一般的形式であり（この関係は、論理法則や物理法則のように大局的に成り立つ必然性の度合いの高いものもあれば、もっと局所的にのみ成り立ち、多くの規約などにも依存するような偶然的なものも含む)、こうした何らかの制約の介在によって Carry($a \vDash_A \alpha$, $b \vDash_B \beta$)が成り立つ、とされる。では、様相的言語とその意味論において考えたときに、制約に当たるものはどのように表現され、分析可能となるのか。

以上の二つの点について、単に瑣末にはとどまらない所見を提起することができるように思われる。当日はこれらの点を中心に、提題を行いたい。