

様相論理の証明論的意味論

大西琢朗 (Takuro Onishi)

日本学術振興会特別研究員(PD)・首都大学東京

論理体系に対する証明論的意味論 (Proof-Theoretic Semantics) はこれまで、次のふたつの考えをベースに展開されてきた。ひとつは、論理結合子の意味は、それにかかわる「調和 (harmony)」のとれた推論規則によって定められるという考えである。ここで「調和」とはひとことで言えば、その規則を含む証明体系にかんして正規化定理やカット除去定理が成り立つということと考えてよい。もうひとつは、そうした調和した推論規則によって支配される結合子は、典型的にはシークエントによって表現されるような「メタ・レベルの構造 (演繹, 推論, 信念の集合などの構造)」を、「命題レベル」で反映した表現と見なすことができるという考えである。たとえば (乗法的) 連言とは、推論における「二つの命題が同時に仮定されている」という構造を、ひとつの命題で表すための表現にほかならない。

連言・選言・含意・否定といった古典的な結合子にかんしては、もちろんいくつか流派はあるとはいえ、こうした証明論的意味論の考え方はきわめて自然に理解されるようになってきたと思われる。しかし、様相論理については話が別である。とくに、代表的な様相論理である S5 については、古典論理からのシンプルな拡張によってカット除去定理の成り立つ(つまり調和のとれた)シークエント算を得ることは困難だと知られている。それを踏まえて、ラベル付きシークエント算、ディスプレイ計算、(ツリー・)ハイパーシークエント算など、多くの種類のシークエント算が提案されているが、それらで用いられるシークエントはどれも、従来のシークエントにはなかった、何らかの構造的な要素を含んでいる。では、そうした構造的な要素は、様相にかかわるわれわれの推論実践のどのような特徴を捉えたものなのか。様相演算子はどのようなメタ・レベルの構造を「反映」していると考えればよいのか。

これらの問題については、これまでのところ、証明論的意味論において十分な議論がなされてきたとはいえないが、いくつかの興味深い試みも現れている。そのうちのひとつは、Restall と Poggiolesi による、ハイパーシークエントをベースにした議論である。彼らは、ハイパーシークエント算における推論規則は、様相にかかわる推論の基底にある「談話のシフト (shift of discourse)」を捉えているのだと主張する。もうひとつは Brandom や Peregrin による「両立不可能性 (incompatibility)」の概念を基礎におく議論である。彼らは、命題間の両立不可能性によってそれらのあいだの帰結関係を定義し、さらに様相論理 S5 を、その帰結関係に「内在的 (intrinsic)」な論理として特徴づける。両者はまったく無関係というわけではない。本発表ではこれらふたつのアプローチを紹介し、両者それぞれの利点と限界、両者のあいだの関係について考察する。