

形態科学の新展開に向けて

小笠原 義仁 (Yoshihito Ogasawara)

早稲田大学理工学術院

ガリレオの言葉を借りるまでもなく近代科学は数学をその言語としているが、これは従来用いられてこなかった数学モデルを適用する事により、新たな自然認識が得られる可能性を示唆するものである。本発表は、形態科学において発表者により提案された数学モデルの紹介を行うものである。

具体的には、次の一般的な界面の発展方程式が提案されている。

$$y_t = (1 + y_x^2)^{\frac{1}{2}} A_I(t, x, y) f_I(t, x, y, K(y_x, y_{xx})) - (1 + y_x^2)^{\frac{1}{2}} A_{II}(t, x, y) f_{II}(t, x, y, K(y_x, y_{xx})),$$

$$K(y_x, y_{xx}) = -\frac{y_{xx}}{(1 + y_x^2)^{\frac{3}{2}}},$$

$$A_I(t, x, y) \geq 0, A_{II}(t, x, y) \geq 0, f_I(t, x, y, K) > 0, f_{II}(t, x, y, K) > 0, \\ f_I(t, x, y, 0) = f_{II}(t, x, y, 0) = 1, (t, x) \in \Omega. \quad (1)$$

なお

$$y_t = \frac{\partial y}{\partial t}, \quad y_x = \frac{\partial y}{\partial x}, \quad y_{xx} = \frac{\partial^2 y}{\partial x \partial x}$$

であり、 $y(t, x)$ は界面形状関数、 Ω は連結開集合である。

(1) 式は極めてシンプルなモデルによるものである。右辺第 1 項は界面の上昇に寄与する項、第 2 項は界面の下降に寄与する項であり、関数 $(1 + y_x^2)^{\frac{1}{2}}$ は界面の法線方向への寄与を y 軸方向への寄与に変換する関数であるため、関数

$$A_I(t, x, y) f_I(t, x, y, K(y_x, y_{xx})) - A_{II}(t, x, y) f_{II}(t, x, y, K(y_x, y_{xx}))$$

は、界面の法線方向への界面移動の駆動力を意味する。又関数 f_I, f_{II} は、駆動力への曲率 K の寄与を表しているため、関数

$$A_I(t, x, y) - A_{II}(t, x, y)$$

は曲率の効果を無視した時の駆動力を表す。

このモデルのもとで、(1) 式の解の性質を議論する事により、弱い平坦化 (複雑化) 特性、形態学的階層性、形態学的双対性といった概念が現れてくる様子を見る事が出来る。

なお, (1) 式を 3 次元空間に拡張すると次式が得られるが, 上記と同様の議論が得られる事から, 空間次元によらない普遍的性質を見る事が出来る。

$$z_t = (1 + z_x^2 + z_y^2)^{\frac{1}{2}} A_I(t, x, y, z) f_I(t, x, y, z, K(z_x, z_y, z_{xx}, z_{xy}, z_{yy})) - (1 + z_x^2 + z_y^2)^{\frac{1}{2}} A_{II}(t, x, y, z) f_{II}(t, x, y, z, K(z_x, z_y, z_{xx}, z_{xy}, z_{yy})),$$

$$K(z_x, z_y, z_{xx}, z_{xy}, z_{yy}) = -\frac{1}{2} \frac{(1 + z_y^2)z_{xx} + (1 + z_x^2)z_{yy} - 2z_x z_y z_{xy}}{(1 + z_x^2 + z_y^2)^{\frac{3}{2}}},$$

$$A_I(t, x, y, z) \geq 0, \quad A_{II}(t, x, y, z) \geq 0, \quad f_I(t, x, y, z, K) > 0, \quad f_{II}(t, x, y, z, K) > 0, \\ f_I(t, x, y, z, 0) = f_{II}(t, x, y, z, 0) = 1, \quad (t, x, y) \in \Omega. \quad (2)$$

参考文献

- [1] Yoshihito Ogasawara, Tabaian Seyed Hadi, and Masafumi Maeda, ISIJ International, 38 (1998) 789.
- [2] Seyed. Hadi Tabaian, Masafumi Maeda, Takashi Ikeda, and Yoshihito Ogasawara, High Temperature Materials and Processes, Freund Publishing House LTD, 19 (1998) 257.
- [3] Yoshihito Ogasawara, Journal of the Physical Society of Japan, 72 (2003) 1871.
- [4] Yoshihito Ogasawara, Journal of the Physical Society of Japan, 73 (2004) 1703.
- [5] Yoshihito Ogasawara, Katsuya Eda, and Akihiko Kitada, Journal of the Physical Society of Japan, 74 (2005) 2439.
- [6] Yoshihito Ogasawara and Akihiko Kitada, Journal of the Physical Society of Japan, 75 (2006) 64003.
- [7] Yoshihito Ogasawara and Akihiko Kitada, Journal of the Physical Society of Japan, 78 (2009) 57001.
- [8] Yoshihito Ogasawara, Applied Physics B (Lasers and Optics), Springer, 97 (2009) 1.
- [9] Yoshihito Ogasawara and Shin'ichi Oishi, Journal of the Physical Society of Japan, 80 (2011) 113002.
- [10] Yoshihito Ogasawara and Shin'ichi Oishi, Journal of the Physical Society of Japan, 81 (2012) 77001.