

不完全性定理と無際限拡張可能性

黒川英徳 (Hidenori Kurokawa) ・ 山田竹志 (Takeshi Yamada)

神戸大学 ・ 東京大学

ダメットは有名な論文「ゲーデルの定理の哲学的意義」(1963)において、ゲーデル文が意味の使用説への反例をなす、という考えを反駁しようとしている。すなわちダメットは、自然数概念がある種の無際限拡張可能性を伴っている(より正確には、「自然数のすべてについてあることが成り立つと言うための根拠」という概念が無際限拡張可能である)と論じることを通じて、ゲーデル文をそのような反例と考える必要はないと結論づけている。この見解は一定の興味深さと魅力を備えていると思われる。本発表では、この見解そのものへの完全な擁護を与えることは目指さないが、この見解を擁護する議論の一部として用いられている論証について検討し、これを改良することを試みたい。

ダメットはまず、ゲーデル文が真だという認識が算術の標準モデルの直観的把握から得られる、という素朴な見解を批判し、ゲーデル文が真だという認識を確立するための別の論証を与えた。形式的な算術理論 T について、 T が無矛盾なら T のゲーデル文が成り立つ、ということは問題なく主張できることがよく知られている。ダメットはここで、 T の無矛盾性を示す論証として、その理論の言語に対する真理述語に関する帰納法を用いて示す論証を取り上げる。この帰納的論証の妥当性から、「自然数のすべてについてあることが成り立つと主張するための根拠」という概念が無際限に拡張可能であることが導かれる。ここで、ある概念が無際限に拡張可能であるとは、その概念に対していかなる確定的な特徴づけを与えても、その特徴づけの「自然な拡張」が存在するということである。

しかし、この帰納的論証は注意が必要な論証である。ダメットはこの帰納的論証が「トリビアるか情報のない」ものだと述べている。しかし、デフレ主義真理論を巡る近年の論争や、真理についての近年の証明論的研究において強調されている通り、この帰納的論証を遂行するには、集合に関するかなり強い存在推定を伴う理論(ACAと呼ばれる、二階算術の部分体系)とある意味で同値であるようなメタ理論を用いなければならない。そして、もしダメットの議論がこのような強い存在推定を伴わざるを得ないようなものであったとすれば、彼の議論の魅力は減じられてしまうと思われる。

われわれは以上の観察に基き、ダメットの議論において、この帰納的論証を、より弱い仮定ないし弱い仮定に基づく論証に置き換えること、およびその帰結について検討する。より具体的には、(1) 様々な反映原理を付け加えることや、「 T は無矛盾である」という命題を天下一りに仮定してしまうこともまた、「自然数のすべてについてあることが成り立つと主張するための根拠」という概念の無際限拡張可能性の一例であること、(2) ダメットは真理述語についての帰納法を取り上げたのは、プラトニストの議論を再構成するためであったこと、を論じる。