

宇宙背景放射とオールトの雲

新村公剛 (Kimitake Shinmura)

新村公剛公認会計士事務所

太陽の放射エネルギーと宇宙背景放射の温度平衡から、オールトの雲の距離を求める。ここで、音源が壁に囲まれている拡散音場をイメージする。拡散音場では、直接、音が壁に当たる分と壁に跳ね返って、あちこちの壁に当たる拡散音とがある。この拡散音場と同様に、限られた広さを持つ太陽系内では、放射エネルギーの発生源の太陽から、惑星等が直接受光する直接光と惑星等の物体に衝突して、四方八方に拡散した拡散光（散乱光）から成る太陽系を考える。前者の直接光から、太陽定数を導き、後者の拡散光と宇宙背景放射の温度平衡から、オールトの雲の距離を求める。

太陽から放射する直接光の直射エネルギーの密度 ε_1 と拡散光のエネルギー密度 ε_2 の合計が太陽系の全放射エネルギー密度 ε とすると、以下の式が成り立つ。

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \quad (1)$$

さらに、(1) 式の両辺に光速度 c を乗じると、 $E = c \varepsilon$ 、 $E_1 = c \varepsilon_1$ 及び $E_2 = c \varepsilon_2$ とおくと、 $E = E_1 + E_2$ (2)

である。(2) 式は、直接光と拡散光の太陽定数の式である。一般に太陽定数は、地球の直接光のことを指すがここでは最広義に解する。太陽の放出エネルギー W ($W = J/s$)、太陽からの距離 r (m)、光速度 c ($=m/s$) 及び光源の指向性の係数 D として、直接光の直射エネルギー密度 ε_1 は自由空間では、 $D = 1$ より、

$$\varepsilon_1 = \frac{W}{4 \pi r^2 * c} * D = \frac{W}{4 \pi r^2 * c} \quad (J/m^3 = N/m^2) \quad (3)$$

である。(3) の両辺に光速度 c を乗じると、直接光の太陽定数 E_1 は

$$E_1 = c \varepsilon_1 = \frac{W}{4 \pi r^2} \quad (w/m^2 = J/m^2 \cdot s) \quad (4)$$

である。太陽系内の拡散光について、 x , y , z 極座標を考える。体積 V (m^3) の球内にエネルギー源があり、このエネルギー密度 (圧力) を E_0 ($J/m^3 = N/m^2$) とする。 $x y$ 平面上の一部 $d S$ (面積) を原点にとり、原点から距離 r (m) の任意の点 (r, θ, ϕ) に微小体積 $d V$ を、 $d V$ 中のエネルギー $E_0 d V$ (J) の放射を考える。このエネルギーは、 $d V$ 中心の半径 r の球表面に向けて広がる。このエネルギーのうち、面 $d S$ に入射するエネルギーは面 $d S$ の r 方向成分 $c \cos \theta d S$ より、全表面積に対して面 $d S$ への入射エネルギー $d w$ は

$$d w = E_0 d V \frac{c \cos \theta d S}{4 \pi r^2} \quad (5)$$

微小体積 dV として、 $dV = (r d\theta) * (dr) * (r \sin\theta d\phi)$ (6)

面 dS への入射するエネルギー dw_i は、(5) と (6) 式より

$$dw_i = \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\pi/2} E_0 (r d\theta) * (dr) * (r \sin\theta) * \frac{\cos\theta dS}{4\pi r^2} = \frac{E_0 dS}{4} dr \quad (7)$$

単位時間 dt ごと面 dS へ入射するエネルギー dW は $dr/dt = \text{光速} c$ より

$$dW = \frac{dw_i}{dt} = \frac{E_0 dS}{4} * \frac{dr}{dt} = \frac{1}{4} c E_0 dS \quad (8)$$

この面 dS の吸収エネルギーは面の吸光率を α (ただし $0 < \alpha \leq 1$) とすると、 αdW で球内全表面 S が単位時間に吸収するエネルギー W_a は、

$$W_a = \frac{1}{4} \alpha c E_0 S \quad (9)$$

球内の単位時間当たりのエネルギーの増加量 $V \frac{dE_0}{dt}$ は、太陽の放出エネルギー

W と (9) 式の W_a より

$$V \frac{dE_0}{dt} = W - W_a = W - \frac{1}{4} \alpha c E_0 S \quad (10)$$

$$\frac{dE_0}{dt} + \frac{1}{4V} \alpha c E_0 S = \frac{W}{V} \quad (11)$$

この微分方程式の解に、初期条件 $t=0$ のとき、即ち、 $E_0=0$ 、さらに、 $t=\infty$ 、表面積 $S = 4\pi r^2$ を代入すると、太陽系内及び境界面で、反射を繰り返して、平衡状態になるエネルギー密度 ϵ_2 は、

$$\epsilon_2 = \frac{4W}{\alpha c * 4\pi r^2} = \frac{W}{\alpha c * \pi r^2} \quad (\text{J}/\text{m}^3) \quad (12)$$

さらに、両辺を c 倍すると、

$$E_2 = c * \epsilon_2 = c * \frac{4W}{\alpha c * 4\pi r^2} = \frac{W}{\alpha \pi r^2} \quad (\text{J}/\text{m}^2 \cdot \text{s}) \quad (13)$$

この拡散光の太陽定数の式(13)とステファン・ボルツマンの法則と等しくおくと、

$$\frac{W}{\alpha \pi r^2} = 5.6696 * 10^{-8} * T^4 \quad (14)$$

上記の(14)式に、吸光率 $\alpha = 1$ 、太陽が単位時間の放射エネルギー $W = 3.85 * 10^{26}$ (w) 及び宇宙背景放射の温度 $T = 2.725$ (K) を代入して、太陽からオールトの雲の距離 $r = 41852.45$ (AU) を導いた。以上