

認識装置としてのモデルと言語

出口弘 東京工業大学総合理工学研究科 deguchi@dis.titech.ac.jp

1 はじめに

モデルという用語は一般に数理理論から自然科学更に社会科学まで、理論的な概念のあるまとまった範囲を示す用語として、ほぼ理論と同義語の意味で広く用いられている。だが対象を把握する為の認識装置としてのモデルの認識論的地位に就いては十分に整理されていない。本稿では我々がモデルを用いて世界の対象を理解するという知識運用に於けるモデルを利用した説明行為の語用論について、モデル間関係やモデルの認識論的地位を含め考察する。

古典的なモデル理論の意味でのモデルは、シンタクスとセマンティクスの分離という概念枠組みで語られる、意味を与える構造概念のことを指し示す。ここでは構文論的な意味での開文や閉文が構造の中で解釈される。閉文の意味は構造の中での真偽値として与えられる。この枠組みは歴史的に意味概念を形式的に与えることに成功し、数学基礎論を支える枠組みとして広く認められている。しかし「意味」概念では、人工的な数理的構造にではなく、世界の中の何かを指し示すという外延的解釈が他方で期待される。更に内包的な意味概念を考える時、概念の内包がどのように与えられるかも意味概念を豊穡にするためには必要な議論となる。本稿では我々は、集合論の言語に不確定指示子を加えた体系を、様々なモデルを構築する言語的装置として採用する[1,2]。この体系では、モデルやそれに関連した諸概念はそれを表現する不確定指示子を含む集合論の言語上での集合論的公理+当該のモデル固有の公理として言語的に表現される。以下ではモデルの性質を表す公理として基盤の集合論の公理や実数の集合等幾つかの性質は共通のものとして特に言及しない。ここでいうモデルは従って、構文論的に与えられる範疇的な構成体となる。公理系としてのモデル概念は、不確定指示子という、「構造に唯一の解釈を定めない記号的対象」を導入することで、理論間の述定判断や、構造への解釈の自由度を持つ。その妥当性は、公理系間の述定判断の妥当性、或は構造への解釈（充足）の妥当性によって判断される。モデル（公理系） Σ は Γ であるという述定判断の妥当性は、言語 $L[\Gamma]$ から $L[\Sigma]$ への解釈 I によって与えられる。 $L[\Gamma]$ の不確定指示子を I で解釈したものが、 $L[\Sigma]$ 上のタームや不確定指示子となり、同様に定項は定項へと解釈される。このとき公理系間の解釈の妥当性は、 Γ の公理 ϕ の $L[\Sigma]$ 上での解釈 $I(\phi)$ が Σ 上での定理となることで与えられる。構造への解釈の妥当性は、不確定指示子が解釈で何らかの構造の元に解釈された上で、公理が充足されることで定義される。

これにより、例えば、距離空間は位相空間であるという述定判断が、構造間の準同型ではなく、公理系間の妥当な解釈関係として記述可能となる[1,2]。

このようなモデル概念では、意味は公理系間の相互関係として与えられる。それゆえ、形式的に記述可能な広範な知識とその相互関係に対して、我々のモデル概念は、理論的構成物（公理的に記述されたアイデア）として理論と理論間関係を適切に与える枠組みを提供してくれる。これにより認識装置としてのモデル概念を用いて、どのように還元や実現、マイクロマクロリンクなどの理論間諸関係が与えられるか、また理論の中で定義される不確定指示子の「意味」が理論間関係によりどのように内包的に与えられるかを示すことができる。

2 モデル間関係と境界条件のUnfolding

実際の理論で用いられる様々なモデル間関係は、不確定指示子を含む集合論的言語によって記述された公理的な体系（モデル）間の相互の解釈関係として具体的に与えられる。その典型図式が次の1)～4)で与えられるマクロ理論のミクロな基礎付け関係である。1) マクロな現象論方程式 Σ 、2) マイクロなレベルの方程式 Γ 、3) Γ に特殊境界条件を加えた Γ' 、4) Γ' に Σ のマクロな不確定指示子を $L[\Gamma']$ で定義した Γ' の保存拡大 $\Gamma'ex$ 。このとき、 $L[\Gamma]$ から $L[\Gamma']$ 、更に $L[\Gamma'ex]$ へは自然な解釈が定義される。このとき $L[\Sigma]$ から $L[\Gamma'ex]$ への解釈 J が存在して、 Σ がその解釈で $\Gamma'ex$ で成立するとき、 Σ はミクロなモデル Γ に還元された、或は Σ はミクロな体系なモデル Γ によって実現されたと呼ぶ。マクロな $V=IR$ というオームの法則のマックスウェル方程式への還元は、 $i=\kappa E$ を、断面積 S 、長さ L 、電流密度 i の定常電流界という特殊境界条件で、 $I=\int Si \cdot nds$, $V=-\int E \cdot ndL$, $R=L/(S\kappa)$ で導入された不確定指示子 I,V,L,R,S の間の関係が与えられる。このような物理モデル間の関係だけでなく、ロジックゲートを電磁気学の法則で実現するといった実現という関係もまたこの図式で表現される。更にSIR方程式という感染プロセスを表現するマクロ方程式にエージェントベースでのより詳細な記述を与えるという問題を考える。ここでは必ずしもミクロなプロセスに一般法則があるわけではない。このような場合でもミクロなプロセスモデルとマクロモデルとの関係づけにこの図式は有効である。この図式で理論間関係を明らかにすることで、マクロな現象論的方程式がミクロなプロセスにどのような特殊境界条件を附加したものが明らかとなる。このようにミクロプロセスの境界条件を明らかにする作業(Boundary Unfolding)は、当該領域のモデルを構築する助けとなり、その認識論的意義は大きい。例えば感染のSIRモデルは、ミクロには全ての患者が全ての未感染者とランダムマッチングするという境界条件で成立するモデルであり、ミクロなプロセスモデルでその境界条件を外すことで、よりリアルであるがマクロには単純でない動的プロセスモデルが新たに誘導される。このような理論間関係の理解は、複雑で階層的な認識を必要とする現場でのモデル構築にとって極めて有用なモデルの運用論(Pragmatics)を与えてくれる。複雑で多層に渡るモデルによる対象理解は、社会シミュレーションでのミクロなモデル化とマクロな観察の関係や、トランスレーショナル医療でのモデル化など今日の複雑なシステムに対するモデル構成で広く必要とされる。我々はモデルを不確定指示子を含む集合論言語上の公理系で与え、モデル間関係を公理系間の解釈で与えた。これにより形式的にモデルを扱う、古典物理学から社会科学までの広範な領域でのモデルの運用論(Model Pragmatics)としての理論間関係や説明の論理のメタ的な分析を、対象領域での理論と結びついた形で展開することが可能となる。理論間関係の類型は上記のミクロマクロ関係以外にも、様々にありそれらを明らかにすることで、モデルによって我々の認識が如何に構築されているかに関する豊穡な見取り図を得ることができる。 文献

[1] H. Deguchi and M. Ozawa, Inter-theoretical Relations based on Indefinite Designators in Set Theory, European Summer Meeting of the Association for Symbolic Logic, Logic Colloquium'01., 2001, in Bulletin of Symbolic Logic, Vol. 8, No. 1 (Mar., 2002), pp. 111-180

[2] 出口弘, 小澤正直, 集合論的不確定指示子による理論間関係の論理分析, 科学基礎論研究, Vol.28, No.1, pp.23-29,2003