初期ラッセルにみる命題の存在論

伊藤　遼

京都大学　哲学

ラッセル (Bertrand Russell) が、その論理主義の立場を初めて公にした著作が、『数学の諸原理』(*The Principles of Mathematics*) である。よく知られているように、ラッセルはその中で、命題 (propositions) はなんらかの意味で存在者であると信じていた。しかし、同時にラッセルは、そのように命題を理解することからは、ラッセル・パラドクスとよく似たパラドクスが生じること、そしてさらに、そのパラドクスは、タイプの階層と同じような階層を設けることでブロックされうること、これらのことに気づいてもいた。

ラッセルが『数学の諸原理』で定式化した、命題のパラドクスとは次のようなものである。命題のクラス M を考える。このとき「命題のクラス M に含まれる命題はすべて真である」という命題 p(M) が考えられる。この命題それ自体も M の要素でありうる。そこで、「命題のクラス M に含まれる命題はすべて真である」という形の命題 p(M) のうち、それ自身がもとのクラス M の要素ではないようなものすべてを集めたクラス W を考える。すなわち、W とは $p(M) \notin M$ なる p(M) すべてのクラスである。この W に対して「命題 W に含まれる命題はすべて真である」という命題 p(W) が対応する。ここで $p(W) \in W$ と仮定しよう。すると、W の定義から $p(W) \notin W$ が帰結する。また逆に $p(W) \notin W$ と仮定しよう。すると、同様に、W の定義から $p(W) \in W$ が帰結する。こうして導かれる $p(W) \in W \leftrightarrow p(W) \notin W$ というパラドクスが、命題のパラドクスである。

このパラドクスの導出には、いくつかの前提が暗黙のうちに用いられている。ラムダ計算の考案者、チャーチは、それらの前提を公理として置く形式体系を提示することで、このパラドクスを形式的に再構成した。その再構成により、存在者としての命題の理解から矛盾が導出される仕方、そして、ラッセルが提示したパラドクスよりもシンプルなバージョンが存在するという事実、この二つが明らかになった。また、ラッセル自身が指摘するように、命題のパラドクスは、ラッセル・パラドクスと類似した構造を持つ。そのどちらも、対角線論法を用いて導出されるからである。本発表では、チャーチの業績と対角線論法という観点を手がかりに命題のパラドクスについて考察することで、命題を存在者として扱うこと、すなわち、命題の存在論について一つの論考を加える。