

量子力学における測定と実在

小澤 正直

名古屋大学大学院情報科学研究科

量子力学の標準的理解によれば、二つの物理量の同時測定可能性と対応する作用素の可換性は同等であると考えられてきた。しかし、1927年に導入されたHeisenbergの不確定性原理の不備を明らかにし、同時測定可能性に関する新しい定量的関係を確立した最近の研究[1]によれば、至る所で非可換な二つの物理量が、ある状態では同時測定可能なことが明らかにされた。至る所で非可換な二つの物理量は、共通の固有状態を持たず、また、どの状態においても結合確率分布を持たないので、このことは、位置と運動量のように同時に実在性を持たない二つの物理量の値を一つの装置で同時に測定できることを意味する。本発表では、量子論的実在性と測定の関係を確立するための量子論理に基づくアプローチ[2]を紹介して、この矛盾が如何に解消されるかということを紹介する

非可換な物理量の同時測定の可能性については、二つのケースについて、歴史的な議論がなされてきた。一つは、運動量の固有状態において位置を測定することによって、その状態における運動量と位置がともに知られるというものである。1930年にHeisenbergは、このケースは、運動量の値に関する知識が位置の測定によって壊されてしまい、未来の予測に利用できないので、不確定性原理と矛盾しないと述べている。しかし、今日では、同時測定の制約に関する不確定性原理と状態の揺らぎに関する不確定性原理の相違が明らかになり、一方の測定結果が、未来の予測に利用できないからそれは同時測定にはあたらないという議論はもはや通用しない。第2のケースは、Einstein-Podolsky-Rosen (EPR) の思考実験の場合である。このケースでは、一方の粒子の位置と他方の粒子の運動量を同時測定し、EPR状態の相関を考慮することによって、一方の粒子の位置と運動量をもとに知ることができる。EPRの議論を適用すれば、EPR状態においては、位置と運動量の値がともに実在しているにもかかわらず、量子力学ではそのような状態が存在しないので、量子力学は不完全であるという結論が導かれる。しかし、Kochen-Specker の定理やBellの不等式によれば、EPR状態を説明する合理的な隠れた変数理論は不可能であり、EPR状態においては位置と運動量が同時測定可能であるにも関わらず、それらの値は同時に実在性を持たないと考えざるを得ない。

この問題を解明するために、われわれは、量子論理に基づいて物理量の測定と独立な値について述べることができる言語を用意し、この言語の中で物理量の値の同時決定性、値の同一性、及び、同時測定可能性に関する状態に依存した概念を導入する。このアプローチは、自然に量子力学の文脈依存的解釈を用意する。この解釈では、一つの測定装置が、一つの文脈では、ある物理量を測定し、同時に別の文脈では、その物理量と至る所非可換な別の物理量を測定するというこ

を矛盾なく述べることができる。つまり、与えられた測定装置 M が与えられた時刻 t において物理量 A を測定するかどうかは文脈依存的な命題である。従って、至る所非可換な物理量 A, B についても、「測定装置 M が時刻 t において物理量 A を測定し、かつ、物理量 B を測定するという命題」は成立可能であるが、「測定装置 M が時刻 t において物理量 A を測定する」という命題と「測定装置 M が時刻 t において物理量 B を測定する」という命題は、異なる文脈に属するので、このことから、物理量 A の値と物理量 B の値が同時に定まった値を所有するという結論は導かれぬ。

ここで、当該の言語は、任意の物理量 A と実数 a に対して、 $A=a$ という形の原子命題から生成される命題論理の言語である。量子論理の通常の規則により、この言語の各命題 ϕ に系の量子状態からなるヒルベルト空間の部分空間 $[\phi]$ を真理値として対応させることができる。ただし、ヒルベルト空間は有限次元とする。状態ベクトル ϕ が $[\phi]$ の元であるとき、状態 ϕ で命題 ϕ が真であるという。この言語に、 A と B が両立的であることを意味する命題 $\text{com}(A, B)$ を次の定義で導入する。

$$\text{com}(A, B) = \exists a \in \text{Sp}(A) \exists b \in \text{Sp}(B) A=a \wedge B=b$$

ただし、 Sp は固有値の集合を表し、 $\exists a \in \text{Sp}(A) \exists b \in \text{Sp}(B)$ は $a \in \text{Sp}(A) b \in \text{Sp}(B)$ を満たす a, b についての有限個の命題の選言を意味する。二つの命題は、状態 ϕ でそこに含まれる全ての物理量が両立的であるとき、状態 ϕ で文脈的に両立するという。時刻 t に物理量 A, B の値を測定するための装置のメータの物理量を M とし、測定によって時刻 t における A, B の値が同時測定できるということは、実数値関数 f, g が存在して、 $t < s$ なるある時刻 s において、 $A(t)=f(M(s)) \wedge B(t)=g(M(s))$ が成立することを意味する。従って、

$A(t)=f(M(s))$ 及び $B(t)=g(M(s))$ はともに真である。一方、 $A(t)=f(M(s))$ は $\exists a \in \text{Sp}(A) A(t)=a \wedge f(M(s))=a$ を意味し、 $B(t)=g(M(s))$ は $\exists b \in \text{Sp}(B) B(t)=b \wedge g(M(s))=b$ を意味するので、 $A(t)$ と $f(M(s))$ は両立的であり、 $B(t)$ と $g(M(s))$ も両立的であるにもかかわらず、必ずしも $A(t)$ と $B(t)$ は両立的であるとは限らない。つまり、 $A(t)$ と $B(t)$ が同時測定可能だとしても、それらが両立的であることは、導かれぬ。一方、EPRの議論では、EPR状態において、位置と運動量が同時測定可能であることから、それらの両立可能性を導いていると解釈されるので、この点に論理の飛躍があったことになる。EPR論文に対するBohrの反論が果たして、このことを意味していたのかどうかは興味ある問題である。講演では、この点についても議論を加えたい。

文献

[1] M. Ozawa, Phys. Rev. A 67, 042105 (2003); Ann. Phys. (N.Y.) 311, 350 (2004); in Proc. 8th Int. Conf. on Quantum Communication, Measurement and Computing, edited by O. Hirota and J. Shapiro and M. Sasaki, pp.363-368 (NICT Press, Tokyo, 2007).

[2] M. Ozawa, to appear in Found. Phys.