

矛盾許容型論理と命題の整合性

大森仁 (Hitoshi Omori) · 藁谷敏晴 (Toshiharu Waragai)
日本学術振興会特別研究員 DC1(東京工業大学) · 東京工業大学

Frege 以来の現代的な論理学の研究において、矛盾許容型論理 (paraconsistent logic) の研究は、Jaśkowski によって 1948 年に始まった (cf. [6])。この論文の中で、Jaśkowski は二つの論理的概念、つまり理論が矛盾していること (contradictory) と自明であること (trivial) とを明確に区別した上で、矛盾許容型論理の定義を与えた (cf. [8])。この定義は、矛盾許容型論理の研究における矛盾に対する態度の違いや体系構築の方針の違いを超えて受け入れられているものであると同時に、矛盾許容型論理の体系構築に際して、立場の違いによらずに受け入れられている唯一の要請であると言えることができる。この要請の下で具体的な体系の構築に際して採用される方針には幾つかの種類があるが、そのうちの一つは「命題の整合性」という概念を導入するという da Costa に由来するものである。以下、本発表の概要を述べるために、この方針について簡単に振り返ることにする。

da Costa は矛盾許容型論理の体系 C_n ($1 \leq n < \omega$) を構築したが (cf. [4])、この体系においては式 ' A ' と否定 ' \neg ' に関する論理的爆発 ' $(A \wedge \neg A) \supset B$ ' は導出されないが、

$$A^{(n)} \supset ((A \wedge \neg A) \supset B)$$

は導出されるような体系となっている。このように、式 ' A ' と否定 ' \neg ' に関する論理的爆発を制限する要因を対象言語内に組み入れるようなアイデアが da Costa の体系 C_n の大きな特徴であるが、Carnielli, Coniglio, Marcos の三人は、[2] や [3] においてこの考えを大きく発展させている。彼らの取り扱いを踏まえ、' $\Delta(A)$ ' を式 ' A ' のみに依存した式であるとして次のような定義をする。

定義 1 L を論理体系、 Γ を L の理論とする。このとき、以下の (a)、(b) が成り立つとき、 Γ は式 ' A ' と否定 ' \neg ' に関して制限された論理的爆発を起こす (gently explosive) という。

(a) $\{\Delta(A), A\}$ も $\{\Delta(A), \neg A\}$ も自明でない。

(b) 任意の式 ' B ' に対して

$$(gOEF) \quad \Gamma \vdash_L \Delta(A) \supset (A \supset (\neg A \supset B))$$

が成立する。

さらに、任意の L の理論 Γ が式 ' A ' と否定 ' \neg ' に関して制限された論理的爆発を起こすとき、 L は式 ' A ' と否定 ' \neg ' に関して制限された論理的爆発を起こすという。□

ここで導入された ' $\Delta(A)$ ' は、命題 A の整合性 (consistency) を表現することが意図されている。従って ' $\Delta(A)$ ' を「命題 A が整合的である」と読むことにする。上で ' $\Delta(A)$ '

は式‘A’のみに依存した式であると述べたが、この‘ $\Delta(A)$ ’の定め方には様々な方法が考えられる。実際、da Costa の体系 C_1 では‘ $\Delta(A)$ ’を‘ $\neg(A \wedge \neg A)$ ’と定めており、また藁谷と倭文の体系 PCL1 では‘ $\Delta(A)$ ’を‘ $A \supset \neg\neg A$ ’と定めている (cf. [7], [8])。さらに、Guillaume は‘ $\Delta(A)$ ’として式‘ $\neg(A \equiv \neg A)$ ’を採用する可能性について考察している (cf. [5])。これらの例ではいずれも‘ $\Delta(A)$ ’を、式‘A’と他の原始記号として採用されている論理結合子を用いて定めているが、この他にも方法はある。それが Carnielli らが [2] や [3] において採用した方法であり、彼らは命題の整合性を表わすための原始記号として‘ \circ ’を採用した上で‘ $\Delta(A)$ ’を‘ A° ’として定めている。

以上を踏まえ、本発表では第一に命題の整合性を導入することの妥当性を検討する。一般に矛盾許容型論理を適用する状況は幾つか考えられているが、それらの状況のもとで、命題の整合性を扱い得る体系の見通しについて考察を行う。第二に、命題の整合性が初めて導入された体系である da Costa の C_n に関して、命題の整合性の伝播に関する [7] での結果を応用して得られる幾つかの新しい結果の提示などを行う。

参考文献

- [1] Béziau, J. -Y. & Carnielli, W. A. & Gabbay, D. (eds.), *Handbook of Paraconsistency*, College Publications, 2007.
- [2] Carnielli, W. A. & Coniglio, M. E. & Marcos, J., Logics of Formal Inconsistency, in D. Gabbay and F. Guenther (eds.) *Handbook of Philosophical Logic*, 1-93.
- [3] Carnielli, W. A. & Marcos, J., A Taxonomy of C-systems, in Carnielli, W. A. & Coniglio, M. E. & d’Ottaviano, I. M. L.(eds.) *Paraconsistency: The Logical Way to the Inconsistent*, Marcel Dekker, 1-94, 2002.
- [4] da Costa, N. C. A., On the Theory of Inconsistent Formal Systems, *Notre Dame Journal of Formal Logic*, Vol.15, No.4, 497-510, 1974.
- [5] Guillaume, M., Da Costa 1964 logical seminar: revisited memories, in [1], 3–62.
- [6] Jaśkowski, S., A Propositional Calculus for Inconsistent Deductive Systems, *Logic and Logical Philosophy*, Vol.7, 35-56, 1999, English translation of ‘Rachunek zdań dla systemów dedukcyjnych sprzecznych’, *Studia Societatis Scientiarum Torunensis, Sectio A*, Vol. I, No. 5, 57-77, 1948.
- [7] Waragai, T. & Shidori, T., A system of paraconsistent logic that has the notion of “behaving classically” in terms of the law of double negation and its relation to S5, in [1], 177-187.
- [8] 藁谷敏晴・大森仁, 古典的否定を考慮に入れた矛盾許容型論理について, 『科学基礎論研究』, Vol.36, No.1, 9-18, 2008.