

フレーゲの論理主義再考

久木田水生

龍谷大学非常勤講師

フレーゲやラッセルを批判する際に、ポアンカレは、数学における推論には純粹に論理的でないものが含まれていると主張し、その代表的なものとして数学的帰納法を挙げている。確かに数学的帰納法それだけを取り出して、それが論理的な推論であるということは出来ない。というのもそれは自然数と後続者関数という特殊な対象に関して成り立つ推論だからである。にもかかわらず私たちは、数学的帰納法が自然数についての確実な知識をもたらすことを疑っていない。だとすれば数学的帰納法は「論理的に正しい推論」ではないが、それでもなお「必然的に正しい推論」だということになる。しかしながら、論理的ではないが、必然的に正しい推論というものは、いかにして可能なのだろうか？

ある推論が論理的ではないけれども必然的に正しいと思われるとき、そこには何か明示化されていない前提が採用されている。フレーゲが試みたのは、そのような隠された前提の一切を明らかにすること、そしてそのことによって、算術における証明の過程を、厳密に演繹的な推論の積み重ねとして再構成することだった。その結果として彼は、算術の証明の出発点となる基礎において、論理学以外の何もかも必要ではなく、従って算術の定理はすべて分析的に真である、という、いわゆる「論理主義」のテーゼを提唱するに至った。この主張が非常にラディカルなものであったために、あたかもこれがフレーゲの仕事の主眼であるかのように受け取られることになり、そして多くの批判を受けた。しかし算術の定理がすべて分析的に真であるということを証明することがフレーゲの主たる目的であったわけではない。

本発表では、フレーゲの論理主義のテーゼを、「数学を記述するという目的にとって最も適切な言語は論理学である」という主張として捉える。ここでいう適切さは、正しい証明の基準に関して曖昧さがなく、可能な限り一般的な概念と規則を用いているか、それが適用される特定の領域（ここでは算術）で使われる概念や規則をすべて派生させることが出来るか、ということによって測られる。一言で言えば、フレーゲの概念記法は、実際に数学者が行っている推論を厳密な仕方で再現するための道具なのである。この点においてフレーゲはカントールやペアノと同じ動機を持っていたと評価することが出来る。

とはいってもやはりフレーゲの仕事のカントールやペアノの仕事と完全に同列に並べることは適当ではない。フレーゲにとっては、カントールやペアノのように集合論の用語で数学を記述するだけでは不十分だった。なぜならば、集合が集合論という特殊な分野の主題の対象である一方で、論理的思考の根本にあるのは概念だとフレーゲは考えたからである。したがって数学の最も基本的な原則は、概念の操作に関するものでなければならない。「概念記法」という名前はまさに、それが概念に対する演算を

表現するための記法である，ということを表している．

概念記法の顕著な特徴の一つは，与えられた文から，その構成要素を抽象することによって新しい関数（命題関数，あるいは述語）を作る規則が与えられているということである．フレーゲはこれを，変数を表すために使われる文字の種類を区別することによって表現している．その際，個体を表す項に限らず，関数を表す項も抽象の対象になる．この抽象の過程によって生成された関数は，ある概念に対応する．フレーゲにとって概念は人間精神とは独立の实在であり，人間がその概念に対応する関数を形成するという行為とは無関係に存在している．概念記法は，このフレーゲの存在論

実際は多くの数学者が暗黙に受け入れている存在論 を反映しており，そしてこの特徴が，数学における新しい概念の形成と，数学的知識の拡張の過程を概念記法の中で表現することを可能にしているのである．