様々な論理とトリヴィアル性結果

鈴木 聡 (Satoru SUZUKI)
駒澤大学総合教育研究部非常勤講師

Field は、**真理論的意味論**は**概念役割意味論**によって補完されるべきであると主張する。彼は、概念役割意味論の実例として**確率意味論**を提示する。文論理の言語 $\mathcal{L}_1$ の語彙は、文記号 (文変数記号) および文結合記号 $\rightarrow$, および 補助記号 (,) である。$\mathcal{L}_1$ の論理式全体の集合を $WFF_{\mathcal{L}_1}$ とする。**原始文論理**の言語は $\mathcal{L}_1$ である。原始文論理の体系 NGs は $\rightarrow$-導入則・$\rightarrow$-除去則のみを備える。$\vdash_{NGs}$ は次のように定義される。**【定義 1**: Γ を $\mathcal{L}_1$ の論理式の有限集合とし、α を $\mathcal{L}_1$ の論理式とする。Γ の各要素を前提とし、α を結論とする原始文論理の体系 NGs における推論図が存在することを $\Gamma \vdash_{NGs} \alpha$ と表記する。**】** 任意の $\alpha, \beta \in WFF_{\mathcal{L}_1}$ および任意の $\Gamma \subset \wp(WFF_{\mathcal{L}_1})$ に対して、**公理 1** : $0 \leq \mathbf{P}_{Pr}(\alpha, \Gamma) \leq 1$・**公理 2** : もし $\alpha \in \Gamma$ ならば、$\mathbf{P}_{Pr}(\alpha, \Gamma) = 1$・**公理 3** : $\mathbf{P}_{Pr}(\alpha, \{\beta\} \cup \Gamma) \times \mathbf{P}_{Pr}(\beta, \Gamma) = \mathbf{P}_{Pr}(\beta, \{\alpha\} \cup \Gamma) \times \mathbf{P}_{Pr}(\alpha, \Gamma)$・**公理 4** : $\mathbf{P}_{Pr}(\alpha \rightarrow \beta, \Gamma) = \mathbf{P}_{Pr}(\beta, \{\alpha\} \cup \Gamma)$ を充たす $\mathbf{P}_{Pr} : WFF_{\mathcal{L}_1} \times \wp(WFF_{\mathcal{L}_1}) \longrightarrow [0, 1]$ に着目する。公理 4 は **Stalnaker 仮説**と呼ばれる。$\models_{Pr}$ は次のように定義される。**【定義 2**: Γ を $\mathcal{L}_1$ の論理式の有限集合とし、α を $\mathcal{L}_1$ の論理式とする。任意の $\mathbf{P}_{Pr}$ および 任意の $\Delta \subset \wp(WFF_{\mathcal{L}_1})$ に対して、$\mathbf{P}_{Pr}(\alpha, \Gamma \cup \Delta) = 1$ が成り立つことを $\Gamma \models_{Pr} \alpha$ と表記する。**】** $\vdash_{NGs}$ と $\models_{Pr}$ とに関して健全性定理および完全性定理が成り立つという点を考慮して $\mathbf{P}_{Pr}$ を**原始条件付き確率関数**と呼ぶ。原始条件付き確率関数を用いた意味論を**原始確率意味論**と呼ぶ。$\mathcal{L}_1$ の語彙に $\wedge, \vee$ を加えた言語を $\mathcal{L}_2$ とする。$\mathcal{L}_2$ の論理式全体の集合を $WFF_{\mathcal{L}_2}$ とする。**肯定文論理**の言語は $\mathcal{L}_2$ である。肯定文論理の体系 NHs は NGs の推論規則および $\wedge$-導入則・$\wedge$-除去則・$\vee$-導入則・$\vee$-除去則のみを備える。定義 1 にならい $\vdash_{NHs}$ を定義する。任意の $\alpha, \beta, \gamma \in WFF_{\mathcal{L}_2}$ および任意の $\Gamma \subset \wp(WFF_{\mathcal{L}_2})$ に対して、公理 1 から公理 4 および **公理 5** : $\mathbf{P}_{Po}(\alpha \wedge \beta, \Gamma) = \mathbf{P}_{Po}(\alpha, \{\beta\} \cup \Gamma) \times \mathbf{P}_{Po}(\beta, \Gamma)$・**公理 6** : $\mathbf{P}_{Po}(\alpha, \{\beta, \gamma\} \cup \Gamma) = \mathbf{P}_{Po}(\alpha, \{\beta \wedge \gamma\} \cup \Gamma)$・**公理 7** : $\mathbf{P}_{Po}(\alpha, \{\beta \vee \gamma\} \cup \Gamma) = \mathbf{P}_{Po}(\alpha, \{\beta\} \cup \Gamma) \times \mathbf{P}_{Po}(\alpha, \{\gamma, \beta \rightarrow \alpha\} \cup \Gamma)$ を充たす $\mathbf{P}_{Po} : WFF_{\mathcal{L}_2} \times \wp(WFF_{\mathcal{L}_2}) \longrightarrow [0, 1]$ に着目する。定義 2 にならい $\models_{Po}$ を定義する。$\vdash_{NHs}$ と $\models_{Po}$ とに関して健全性定理および完全性定理が成り立つという点を考慮して $\mathbf{P}_{Po}$ を**肯定条件付き確率関数**と呼ぶ。肯定条件付き確率関数を用いた意味論を**肯定確率意味論**と呼ぶ。$\mathcal{L}_2$ の語彙に $\perp$ と $\neg$ とを加えた言語を $\mathcal{L}_3$ とする。$\mathcal{L}_3$ の論理式全体の集合を $WFF_{\mathcal{L}_3}$ とする。**最小文論理**の言語は $\mathcal{L}_3$ である。最小文論理の体系 NIs は NHs の推論規則および $\neg$-導入則・$\neg$-除去則のみを備える。定義 1 にならい $\vdash_{NIs}$ を定義する。任意の $\alpha, \beta, \gamma \in WFF_{\mathcal{L}_3}$ および任意の $\Gamma \subset \wp(WFF_{\mathcal{L}_3})$ に対して、公理 1 から公理 7 を充たす $\mathbf{P}_M : WFF_{\mathcal{L}_3} \times \wp(WFF_{\mathcal{L}_3}) \longrightarrow [0, 1]$ に着目する。定義 2 にならい $\models_M$ を定義する。$\vdash_{NIs}$ と $\models_M$ とに関して健全性定理および完全性定理が成り立つという点を考慮して $\mathbf{P}_M$ を**最小条件付き確率関数**と呼ぶ。最小条件付き確

率関数を用いた意味論を**最小確率意味論**と呼ぶ。**直観主義文論理**の言語も $\mathcal{L}_3$ である。直観主義文論理の体系 NJs は NIs の推論規則および $\perp$ に関する推論規則のみを備える。定義 1 にならい $\vdash_{NJs}$ を定義する。任意の $\alpha, \beta, \gamma \in WFF_{\mathcal{L}_3}$ および任意の $\Gamma \subset \wp(WFF_{\mathcal{L}_3})$ に対して、公理 1 から公理 7 および **公理 8** : $\mathbf{P}_I(\alpha, \{\perp\} \cup \Gamma) = 1$ を充たす $\mathbf{P}_I : WFF_{\mathcal{L}_3} \times \wp(WFF_{\mathcal{L}_3}) \longrightarrow [0,1]$ に着目する。定義 2 にならい $\vDash_I$ を定義する。$\vdash_{NJs}$ と $\vDash_I$ とに関して健全性定理および完全性定理が成り立つという点を考慮して $\mathbf{P}_I$ を**直観主義条件付き確率関数**と呼ぶ。直観主義条件付き確率関数を用いた意味論を**直観主義確率意味論**と呼ぶ。**古典文論理**の言語も $\mathcal{L}_3$ である。古典文論理の体系 NKs は NJs の推論規則および**排中律**のみを備える。定義 1 にならい $\vdash_{NKs}$ を定義する。任意の $\alpha, \beta, \gamma \in WFF_{\mathcal{L}_3}$ および任意の $\Gamma \subset \wp(WFF_{\mathcal{L}_3})$ に対して、公理 1 から公理 8 および **公理 9** : もし $\mathbf{P}_C(\delta, \Gamma) \neq 1$ である $\delta \in WFF_{\mathcal{L}_3}$ が存在するならば、$\mathbf{P}_C(\alpha, \Gamma) + \mathbf{P}_C(\neg\alpha, \Gamma) = 1$ を充たす $\mathbf{P}_C : WFF_{\mathcal{L}_3} \times \wp(WFF_{\mathcal{L}_3}) \longrightarrow [0,1]$ に着目する。定義 2 にならい $\vDash_C$ を定義する。$\vdash_{NKs}$ と $\vDash_C$ とに関して健全性定理および完全性定理が成り立つという点を考慮して $\mathbf{P}_C$ を**古典条件付き確率関数**と呼ぶ。古典条件付き確率関数を用いた意味論を**古典確率意味論**と呼ぶ。古典確率意味論は次のようなトリヴィアル性結果を招く。**【定理 1 (壊滅的トリヴィアル性)**: 任意の $\alpha, \beta \in WFF_{\mathcal{L}_3}$ および任意の $\Gamma \subset \wp(WFF_{\mathcal{L}_3})$ に対して、もし $\mathbf{P}_C(\alpha, \Gamma) < 1$ かつ $\mathbf{P}_C(\beta, \Gamma) < 1$ ならば、$\mathbf{P}_C(\alpha, \Gamma) = \mathbf{P}_C(\beta, \Gamma)$。[1]**】** 一方、$\mathbf{P}_{Pr}$・$\mathbf{P}_{Po}$・$\mathbf{P}_M$・$\mathbf{P}_I$ はそれぞれ壊滅的トリヴィアル性結果を回避できる。Field は、文の意味の差異を文の概念役割の差異によって、後者を、文に対する主体の信念の度合を表現する主観条件付き確率によって説明しようとした。しかし、定理 1 は、Stalnaker 仮説が公理であるとき、$\mathbf{P}_C$ が、文に対する主体の信念の度合を表現するという役目を果たしえないことを明示し、Field のプログラムに対して壊滅的なダメージを与えた。残念ながら、Stalnaker 仮説を備える最弱の確率意味論である原始確率意味論でさえも次のようなトリヴィアル性結果を招く。**【定理 2 (基底的トリヴィアル性)**: $\mathbf{P}_{Pr}(\alpha, \Gamma) \leq \mathbf{P}_{Pr}(\alpha, \{\beta\} \cup \Gamma)$。[2]**】** 一般に、$\mathbf{P}_{Pr}(\alpha, \Gamma) \leq \mathbf{P}_{Pr}(\alpha, \{\beta\} \cup \Gamma)$ が成り立つ場合もあるだろうが、成り立たない場合もあるだろう。$\mathbf{P}_{Pr}(\alpha, \Gamma) \leq \mathbf{P}_{Pr}(\alpha, \{\beta\} \cup \Gamma)$ という不当な制約条件を課せられた $\mathbf{P}_{Pr}$ も、文に対する主体の信念の度合を表現するという役目を果たしえないと言える。それ自体は**無害な**Stalnaker 仮説が、公理 9 と結びついて壊滅的トリヴィアル性結果を齎すという筋書は正しくない。基底的トリヴィアル性という**もともと有害な**性質を持つ Stalnaker 仮説が、公理 9 と結びついてさらに有害なトリヴィアル性結果を齎すという筋書こそ正しいのである。Stalnaker 仮説自体が有害である以上、条件文に意味を与えるデバイスとしてこの仮説を導入することは不適切であると結論付ける。

参考文献

[1] Morgan, C. G. and E. D. Mares, 'Conditionals, Probability and Non-Triviality,' *Journal of Philosophical Logic* **24**, 455-467, 1995.

[1] [[1]: 461]。
[2] [[1]: 457]。